

**ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1**

---

**Άσκηση 1**

(i) Έστω

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{1}{2n} \\ n, & -\frac{1}{2n} < x < \frac{1}{2n} \\ 0, & x > \frac{1}{2n} \end{cases}$$

Δείξτε ότι

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx g(x) f(x) = g(0)$$

(ii) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό

$$\delta(x - x_0) = \frac{d}{dx} \Theta(x - x_0)$$

όπου  $\Theta(x - x_0)$  η συνάρτηση βήματος

$$\Theta(x - x_0) = \begin{cases} 0, & x < x_0 \\ 1, & x > x_0 \end{cases}$$

δείξτε ότι

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx g(x) \delta(x - x_0) = g(x_0)$$

Ποιες υποθέσεις κάνατε για τη συνάρτηση  $g(x)$  ;

**Άσκηση 2**

(i) Δείξτε ότι η συνάρτηση  $\delta(x)$  είναι άρτια

$$\delta(x) = \delta(-x)$$

(ii) Δείξτε ότι

$$(x - x_0) \frac{d}{dx} \delta(x - x_0) = -\delta(x - x_0)$$

**Άσκηση 3**

Το ηλεκτρικό πεδίο μιας στατικής κατανομής φορτίου δίνεται από

$$\vec{E} = E_0 e^{-br} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

(i) Βρείτε την πυκνότητα φορτίου.

(ii) Βρείτε το συνολικό φορτίο της κατανομής.

(iii) Βρείτε το φορτίο που περιέχεται σε μια σφαίρα ακτίνας  $R = 1/b$ .

**Άσκηση 4**

Φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $R$  φέρει φορτίο πυκνότητας

$$\rho(r) = c r^n$$

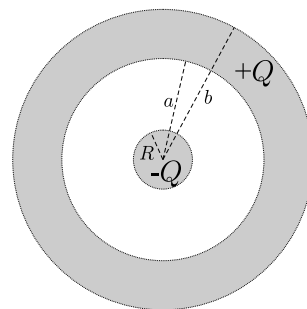
όπου  $c$  θετική σταθερά και  $n$  ακέραιος με  $n > -3$ .

- (i) Προσδιορίστε το συνολικό φορτίο της σφαίρας συναρτήσει της σταθεράς  $c$ .
- (ii) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο σε όλο το χώρο
- (iii) Βρείτε το δυναμικό σε όλο το χώρο
- (iv) Βρείτε την ηλεκτροστατική ενέργεια του συστήματος.

### Άσκηση 5

Μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $R$  και συνολικού φορτίου  $-Q$  περιβάλλεται από ομοιόμορφα φορτισμένο σφαιρικό κέλυφος εσωτερικής ακτίνας  $a$  και εξωτερικής ακτίνας  $b$  ( $R < a < b$ ) το οποίο φέρει φορτίο  $+Q$  (βλέπε Σχήμα).

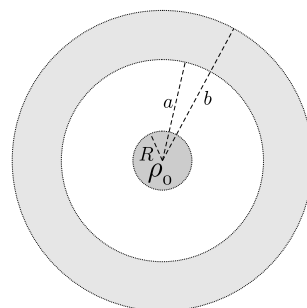
- (i) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε όλο χώρο.
- (ii) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε όλο χώρο.
- (iii) Να υπολογιστεί η ηλεκτροστατική ενέργεια του συστήματος.



### Άσκηση 6

Ομοιόμορφα φορτισμένος κύλινδρος ακτίνας  $R$  και μεγάλου μήκους, ο οποίος φέρει φορτίο σταθερής πυκνότητας  $\rho_0$ , περιβάλλεται από αγώγιμο κυλινδρικό κέλυφος εσωτερικής ακτίνας  $a$  και εξωτερικής ακτίνας  $b$  ( $R < a < b$ ) (βλέπε Σχήμα).

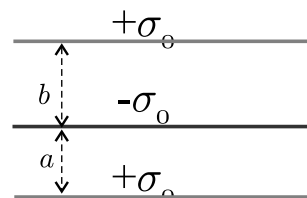
- (i) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε όλο χώρο.
- (ii) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε όλο χώρο.
- (iii) Αν γειώσουμε το αγώγιμο κέλυφος πως θα αλλάξουν τα παραπάνω αποτελέσματα;



### Άσκηση 7

Τρεις μονωτικές πλάκες μεγάλων διαστάσεων φέρουν φορτία επιφανειακών πυκνοτήτων  $\sigma_1 = \sigma_0, \sigma_2 = -\sigma_0, \sigma_3 = \sigma_0$ . Οι πλάκες τοποθετούνται έτσι ώστε οι αποστάσεις μεταξύ τους είναι  $a$  και  $b$  όπως στο Σχήμα.

- (i) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε όλο χώρο.



### Άσκηση 8

Δίνεται σφαιρική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου με πυκνότητα φορτίου

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-r/a}$$

όπου  $\rho$  και  $a > 0$  σταθερές.

- (i) Να υπολογιστεί το συνολικό φορτίο σε όλο το χώρο.
- (ii) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε όλο χώρο.
- (iii) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε όλο χώρο.

### Άσκηση 9

Θεωρείστε ένα ομοιόμορφα φορτισμένο λεπτό δίσκο ακτίνας  $a$  ο οποίος φέρει συνολικό φορτίο  $Q$ .

- (i) Να υπολογιστεί το δυναμικό κατά μήκος του άξονα (άξονας  $z$  στο Σχήμα).
- (ii) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο στην ίδια περιοχή.

