

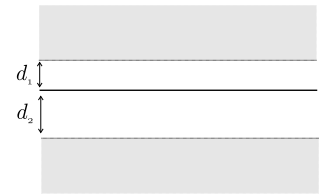
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2

Άσκηση 1

Βρείτε τη δύναμη που ασκεί μια γειωμένη αγωγίμη σφαίρα ακτίνας R σε ένα φορτίο q το οποίο απέχει απόσταση $d > R$ από το κέντρο της.

Άσκηση 2

Μια ομοιόμορφα φορτισμένη λεπτή πλάκα επιφανειακής πυκνότητας σ_0 τοποθετείται ανάμεσα από δύο αγωγίμα γειωμένα επίπεδα μεγάλων διαστάσεων έτσι ώστε να είναι παράλληλη προς αυτά και να απέχει αποστάσεις d_1, d_2 από αυτά αντίστοιχα, όπως στο Σχήμα.



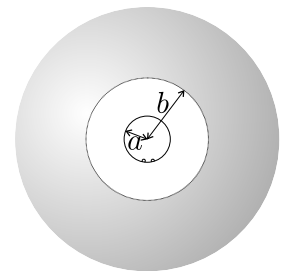
- (i) Βρείτε το δυναμικό στην περιοχή ανάμεσα από τους αγωγούς.
- (ii) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στην ανωτέρω περιοχή.
- (iii) Βρείτε τα φορτία τα οποία επάγονται στις επιφάνειες των αγωγών.

Άσκηση 3

Αγωγίμη σφαίρα ακτίνας R βρίσκεται σε δυναμικό V_0 . Υπολογίστε το δυναμικό και το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο.

Άσκηση 4

Ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα, ακτίνας a και φορτίου Q , τοποθετείται στο εσωτερικό γειωμένης σφαιρικής κοιλότητας ακτίνας $b > a$.



- (i) Βρείτε το δυναμικό στην περιοχή $r < b$.
- (ii) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στην ανωτέρω περιοχή.
- (iii) Βρείτε τα φορτία τα οποία επάγονται στην επιφάνεια του αγωγού.

Άσκηση 5

- (i) Να αναπαραχθούν τα τρία πρώτα πολωνύμια Legendre χρησιμοποιώντας τη γεννήτρια συνάρτηση.
- (ii) Να αναπαρασταθεί η συνάρτηση $\sin(3\theta)$ σε σειρά πολωνύμων Legendre.
- (iii) Υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα δείξτε ότι

$$\int_0^d dx \sin\left(\frac{n' \pi x}{d}\right) \sin\left(\frac{n \pi x}{d}\right) = \frac{d}{2} \delta_{nn'}$$

Άσκηση 6

Το δυναμικό σε σφαιρικό φλοιό ακτίνας R δίνεται από

$$V = V_0 (\cos(\theta) - 3 \cos(2\theta) - 1)$$

- (i) Βρείτε το δυναμικό στο εξωτερικό του σφαιρικού φλοιού.
- (ii) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στην ανωτέρω περιοχή.

Άσκηση 7

Σφαιρικός φλοιός φέρει επιφανειακή πυκνότητα $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$.

- (i) Να βρεθεί το δυναμικό παντού στο χώρο αν γνωρίζετε ότι το δυναμικό μηδενίζεται στο άπειρο.
- (ii) Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του φλοιού.

$$\text{Απ. } V = \frac{\sigma_0}{3\epsilon_0} \begin{cases} r \cos \theta & , r \leq R \\ \frac{R^3}{r^2} \cos \theta & , r > R \end{cases}$$

Άσκηση 8

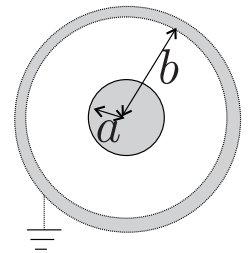
Σφαιρικός φλοιός ακτίνας a τοποθετείται στο εσωτερικό γειωμένης σφαιρικής κοιλότητας ακτίνας $b > a$. Το δυναμικό στην επιφάνεια του σφαιρικού φλοιού ρυθμίζεται σε

$$V = V_0 \cos \theta$$

- (i) Βρείτε το δυναμικό στην περιοχή $r < b$.
- (ii) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στην ανωτέρω περιοχή.
- (iii) Βρείτε τα φορτία τα οποία επάγονται στην επιφάνεια του αγωγού.

Άσκηση 9

Κυλινδρικός αγωγός ακτίνας a και μεγάλου μήκους φέρει σταθερό δυναμικό V_0 . Ο αγωγός περιβάλλεται από αγωγίμο γειωμένο κυλινδρικό φλοιό εσωτερικής ακτίνας $b > a$ όπως στο Σχήμα. Να υπολογιστεί το δυναμικό και το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή $a < r < b$.



Άσκηση 10

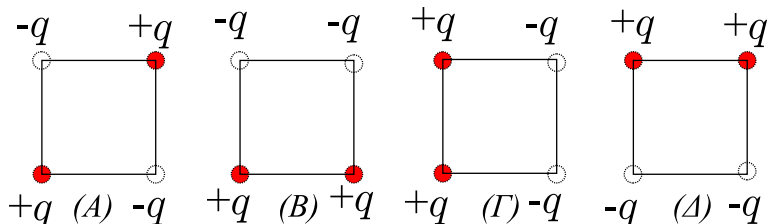
- (i) Δείξτε ότι μόνο 5 συνιστώσες από τις εννέα του πίνακα της τετραπολικής ροπής είναι ανεξάρτητες.
- (ii) Πόσες ανεξάρτητες συνιστώσες έχει η διπολική ροπή;

Άσκηση 11

Ένα σύστημα αποτελείται από φορτίο $2q$ στη θέση $z = 0$ και δύο φορτία $+q$ στις θέσεις $z = +a$ και $z = -a$. Να υπολογιστούν

- (i) Η διπολική και η τετραπολική ροπή του συστήματος.
- (ii) Το δυναμικό για αποστάσεις $r \gg a$, σε προσέγγιση πολυπολικού αναπτύγματος λαμβάνοντας υπόψιν όρους μέχρι τετραπολικής τάξης.
- (iii) Το ηλεκτρικό πεδίο σε αυτή την προσέγγιση.

Άσκηση 12



Τέσσερα φορτία $q_1 = q_2 = +q$, $q_3 = q_4 = -q$ τοποθετούνται στις κορυφές τετραγώνου πλευράς a με κάποια από τις διατάξεις του Σχήματος. Παρατηρητής ο οποίος βρίσκεται σε απόσταση $r \gg a$ υπολογίζει

το δυναμικό του συστήματος. Μπορεί να καταλάβει σε ποια από τις τέσσερις διατάξεις βρίσκονται τα φορτία ; Χρησιμοποιείστε πολυπολικό ανάπτυγμα συμπεριλαμβάνοντας τετραπολικούς όρους.

Άσκηση 13

Τέσσερα φορτία q_1, q_2, q_3, q_4 βρίσκονται στις κορυφές ορθογωνίου παραλληλογράμμου, πλευρών a και $2a$, στο επίπεδο xy όπως στο Σχήμα. Δίνεται $q_1 = 2q, q_2 = -3q$.

(i) Προσδιορίστε τα φορτία q_3, q_4 έτσι ώστε η διπολική ροπή του συστήματος να μηδενίζεται.

(ii) Υπολογίστε την τετραοπλική ροπή του συστήματος χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα (i).

(iii) Χρησιμοποιώντας τα ανωτέρω αποτελέσματα υπολογίστε προσεγγιστικά το δυναμικό στην περιοχή $r \gg a$.

Άσκηση 14

Αγώγιμη σφαίρα ακτίνας a περιβάλλεται από ομόκεντρο αγώγιμο σφαιρικό φλοιό ακτίνας b . Βρείτε τη χωρητικότητα του συστήματος όταν

(i) Ο φλοιός είναι γειωμένος και η σφαίρα φέρει φορτίο Q .

(ii) Η σφαίρα είναι γειωμένη και ο φλοιός φέρει φορτίο Q .

$$\text{Απ. (i)} C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}, \quad \text{(ii)} C = 4\pi\epsilon_0 \frac{b^2}{b-a}$$

Άσκηση 15

Να υπολογιστεί η ηλεκτροστατική ενέργεια ενός συστήματος το οποίο αποτελείται από δύο μονωτικές σφαίρες ακτίνων R_1, R_2 οι οποίες φέρουν φορτία Q_1, Q_2 αντίστοιχα, ομοιόμορφα κατανεμημένα, και απέχουν απόσταση a .