

4 ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ: Κοσμολογικές Παράμετροι

4.1 Κοσμολογική Μετατόπιση προς το Ερυθρό

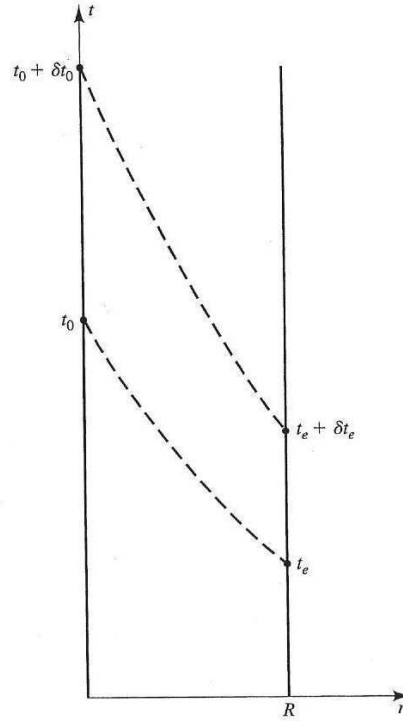
Στο πρώτο κεφάλαιο συναντήσαμε την μετατόπιση προς το ερυθρό, προς μεγαλύτερα δηλαδή μήκη κύματος, που παρατηρούμε στα φάσματα ακτινοβολίας που εκπέμπουν οι διάφορες πηγές μέσα στο σύμπαν. Η μετατόπιση αυτή οφείλεται στη διαστολή του σύμπαντος, και είναι τόσο πιο έντονη όσο πιο μακριά βρίσκεται η πηγή. Η τελευταία αυτή ιδιότητα προέκυψε απευθείας από τις κοσμολογικές παρατηρήσεις του Hubble και όχι από κάποιο θεωρητικό επιχείρημα. Στην παράγραφο αυτή, θα προσπαθήσουμε να κάνουμε ακριβώς αυτό: να αποδείξουμε το ίδιο μέσω της θεωρίας του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Μοντέλου αλλά και να γενικεύσουμε τον προσεγγιστικό νόμο του Hubble.

Για τον σκοπό αυτό, θα κάνουμε χρήση της έννοιας της ακτινικής γεωδαισιακής τροχιάς που ακολουθεί μια φωτεινή ακτίνα στον χωρόχρονο Robertson-Walker. Αυτή ορίζεται από τις συνθήκες $ds^2 = 0$ και $d\theta = d\varphi = 0$. Τότε, το στοιχείο μήκους για μια τέτοια φωτεινή ακτίνα μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1 - kr^2}. \quad (4.1)$$

Θέτοντας το παραπάνω ίσο με μηδέν, παίρνουμε

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = - \int_{r_e}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (4.2)$$



Σχήμα 10: Η εκπομπή και παρατήρηση ενός φωτεινού παλμού σε ένα διαστελλόμενο σύμπαν.

όπου t_e και t_0 είναι οι χρόνοι εκπομπής και λήψης του φωτεινού σήματος, αντίστοιχα, και r_e η ακτινική απόσταση της πηγής (βλέπε Σχ. 10). Εάν θεωρήσουμε παλμούς φωτός που εκπέμπονται από την ίδια πηγή ανά χρονικά διαστήματα διάρκειας δt_e , η συχνότητά τους θα είναι $\omega_e = 2\pi/\delta t_e$. Αφού οι παλμοί αυτοί θα πρέπει να καλύψουν την ίδια ακτινική (όχι φυσική) απόσταση, παίρνουμε

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = - \int_{r_e}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)}. \quad (4.3)$$

Παραλείποντας το μεσαίο μέλος της παραπάνω εξίσωσης, μπορούμε να γράψουμε

$$\begin{aligned} \left(\int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} - \int_{t_e}^{t_0} \right) \frac{dt}{a(t)} &= \left(\int_{t_e + \delta t_e}^{t_0} + \int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} - \int_{t_e}^{t_0} \right) \frac{dt}{a(t)} \\ &= \left(- \int_{t_0}^{t_e + \delta t_e} - \int_{t_e}^{t_0} + \int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \right) \frac{dt}{a(t)} = 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Το παραπάνω μπορεί να γραφεί τελικά

$$\int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_e + \delta t_e} \frac{dt}{a(t)}. \quad (4.5)$$

Εάν υποθέσουμε ότι τα χρονικά διαστήματα δt_e και δt_0 είναι μικρά, τότε τα ολοκληρώματα μπορούν να αντικατασταθούν από

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_e}{a(t_e)} \Rightarrow \frac{\delta t_e}{\delta t_0} = \frac{\omega(t_0)}{\omega(t_e)} = \frac{a(t_e)}{a(t_0)} < 1. \quad (4.6)$$

Στο τελευταίο μέλος της παραπάνω εξίσωσης χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι το σύμπαν διαστέλεται και επομένως, αφού $t_0 > t_e$, θα έχουμε αναγκαστικά $a(t_0) > a(t_e)$. Η παραπάνω λοιπόν εξίσωση μας λέει ότι η συχνότητα του φωτεινού κύματος την στιγμή της λήψης του έχει μειωθεί σε σύγκριση με αυτή που είχε όταν εκπέμφθηκε από την πηγή. Εναλλακτικά, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = 1 + z > 1, \quad (4.7)$$

όπου κάναμε χρήση του ορισμού της παραμέτρου μετατόπισης προς το ερυθρό, Εξ. (1.4).

Από την παραπάνω σχέση μεταξύ της μετατόπισης προς το ερυθρό z και τον συντελεστή κλίμακας $a(t)$ μπορούμε να διατυπώσουμε την γενίκευση του νόμου του Hubble. Για τον σκοπό αυτό, αναπτύσσουμε τον συντελεστή κλίμακας την στιγμή της εκπομπής, $a(t_e)$, σε σειρά γύρω από τον χρόνο παρατήρησης t_0 :

$$\begin{aligned} a(t_e) &= a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t_e - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)(t_e - t_0)^2 + \dots \\ &= a(t_0) \left[1 + H_0(t_e - t_0) - \frac{1}{2}q_0 H_0^2(t_e - t_0)^2 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Τότε, η Εξ. (4.7) μπορεί να γραφεί ως εξής

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} - 1 = H_0(t_0 - t_e) + \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) H_0^2(t_e - t_0)^2 + \dots \quad (4.9)$$

Η παραπάνω ανάπτυξη σε σειρά μπορεί να αντιστραφεί σύμφωνα με τον κανόνα: εάν έχουμε την σειρά $y = ax + bx^2 + \dots$, τότε μπορούμε επίσης να γράψουμε $x = Ay + By^2 + \dots$, όπου $A = 1/a$, $B = -b/a^3$ κτλ. Η εφαρμογή του κανόνα αυτού οδηγεί στο αποτέλεσμα

$$(t_0 - t_e) = \frac{1}{H_0} \left[z - \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) z^2 + \dots \right]. \quad (4.10)$$

Ολοκληρώνοντας την ανάλυσή μας, επιστρέφουμε στο ακτινικό διάστημα που διένυσε το φωτεινό σήμα από το σημείο της εκπομπής του, r_e , μέχρι την λήψη του στο $r = 0$. Αυτό δίνεται από την έκφραση

$$-\int_{r_e}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \left\{ \begin{array}{ll} \arcsin(r_e), & \text{για } k = +1 \\ r_e, & \text{για } k = 0 \\ \operatorname{arcsinh}(r_e), & \text{για } k = -1, \end{array} \right\} = r_e + \mathcal{O}(r_e^3). \quad (4.11)$$

Συγχρόνως, το αντίστοιχο ολοκλήρωμα στο χρόνο μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\begin{aligned}
\int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} &= \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t_0)} \left[1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right]^{-1} \\
&= \frac{1}{a(t_0)} \int_{t_e}^{t_0} dt \left[1 - H_0(t - t_0) + \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right] \\
&= \frac{1}{a(t_0)} \left[(t_0 - t_e) + \frac{1}{2} H_0 (t_e - t_0)^2 + \dots \right], \tag{4.12}
\end{aligned}$$

όπου έχουμε κρατήσει όρους μέχρι $(t_e - t_0)^2$. Εξισώνοντας τις Εξ. (4.11) και (4.12) και χρησιμοποιώντας την ανάπτυξη (4.10), παίρνουμε

$$r_e = \frac{1}{a(t_0)H_0} \left[z - \frac{1}{2} (1 + q_0) z^2 + \dots \right], \tag{4.13}$$

ή ισοδύναμα

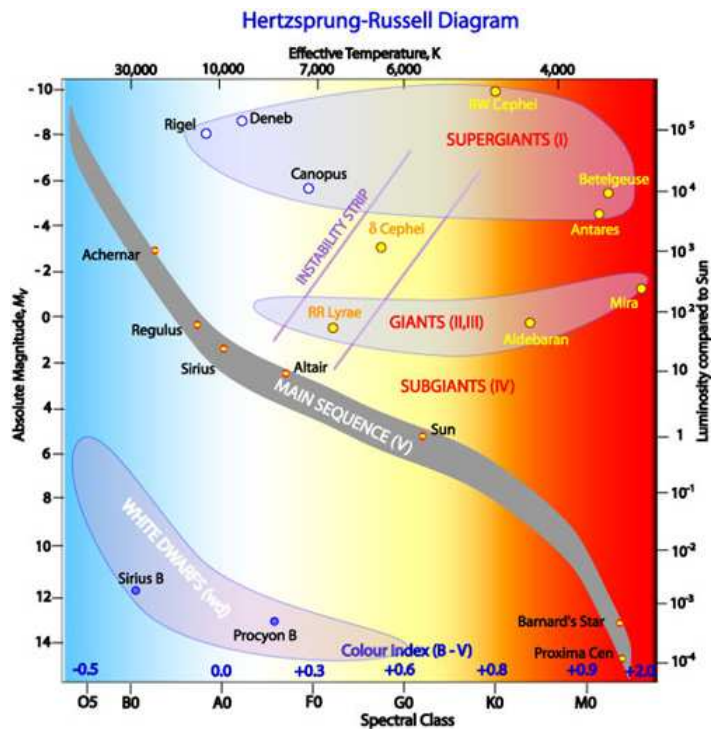
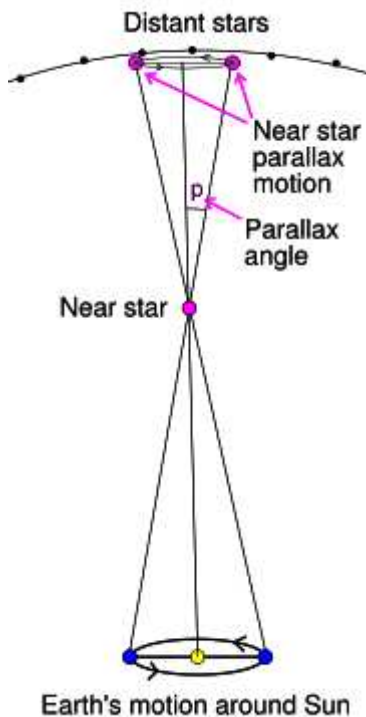
$$H_0 d_e = z - \frac{1}{2} (1 + q_0) z^2 + \dots, \tag{4.14}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι η φυσική απόσταση που διένυσε το φωτεινό σήμα από την στιγμή της εκπομπής του μέχρι την παρατήρησή του είναι $d_e = a(t_0) r_e$. Η παραπάνω έκφραση είναι η γενίκευση του νόμου του Hubble. Για πηγές φωτός που βρίσκονται σε μικρή απόσταση από την Γη, $z \ll 1$, και όλοι οι όροι πέραν του γραμμικού μπορούν να αγνοηθούν, αναπαράγοντας έτσι τον νόμο του Hubble εάν θέσουμε $v = cz$. Για πηγές φωτός όμως με $z \geq 1$, ο προσεγγιστικός αυτός νόμος δεν ισχύει πλέον, και συνεχώς περισσότεροι όροι θα πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψη στο δεξιό μέλος της παραπάνω εξίσωσης.

4.2 Η Σταθερά του Hubble

Η παράμετρος της μετατόπισης προς το ερυθρό z είναι η σημαντικότερη κοσμολογική πληροφορία που μας δίνει το φάσμα μιας πηγής φωτός στο σύμπαν, και μπορεί να υπολογιστεί με αρκετά μεγάλη ακρίβεια. Για πηγές φωτός, επομένως, που βρίσκονται σε σχετικά μικρή απόσταση από εμάς, και για τις οποίες ισχύει ο προσεγγιστικός νόμος του Hubble, η σχέση $H_0 d_e \simeq cz$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μας δώσει πληροφορίες για την τιμή της παραμέτρου του Hubble σήμερα, ή αλλιώς την σταθερά του Hubble H_0 .

Αυτό όμως προϋποθέτει το να μπορούμε να προσδιορίσουμε με ακρίβεια την φυσική απόσταση της πηγής φωτός, d_e , από εμάς. Ενώ όμως για τις πολύ κοντινές πηγές αυτό μπορεί να γίνει σχετικά εύκολα, οι μεγάλες επιμέρους (peculiar) ταχύτητες που τις χαρακτηρίζουν κάνουν πολύ δύσκολη την μέτρηση της παραμέτρου z που οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στην κοσμική διαστολή. Αντίθετα, ενώ το τελευταίο είναι εύκολο για τις πηγές φωτός



Σχήμα 11: (α) Η μέθοδος του τριγώνου με την χρήση της γωνίας παράλλαξης. (β) Το διάγραμμα Hertzsprung-Russell μεταξύ της απόλυτης φωτεινότητας και του δείκτη χρώματος μιας πηγής φωτός.

που βρίσκονται μακριά από την Γη, η εύρεση της πραγματικής τους απόστασης είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Για τον σκοπό αυτό, μετά από χρόνια παρατηρήσεων και μελετών, δημιουργήθηκε η λεγόμενη “κλίμακα κοσμολογικών αποστάσεων”. Στην κλίμακα αυτή, διαφορετικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται για πηγές φωτός που βρίσκονται σε διαφορετικές φυσικές αποστάσεις, και πολλές φορές η γνώση της απόστασης μιας κοντινής οικογένειας πηγών χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της απόστασης μιας πιο μακρινής οικογένειας, εξ’ ου και το όνομα της μεθόδου. Παρακάτω αναφέρουμε εν συντομία τις μεθόδους αυτές.

- **Κινηματική Μέθοδος:** (μέχρι $d \leq 100$ pcs) Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην “μέθοδο του τριγώνου”, το τρίγωνο δηλαδή που δημιουργείται από την πηγή φωτός και δύο ακραίες θέσεις της Γης καθώς περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο [βλέπε Σχ. 11(α)]. Οι γωνίες που δημιουργούνται από τις ευθείες παρατήρησης και την ευθεία Γης-Ήλιου δίνονται από τις α και β , ενώ η γωνία της πάνω κορυφής ονομάζεται “παράλλαξη” και δίνεται από την σχέση: $2p = \pi - (\alpha + \beta)$. Για πηγές φωτός πολύ κοντά σε εμάς (για

τις οποίες η μέθοδος έχει νόημα), μπορούμε να γράψουμε

$$\tan(p) \simeq p \simeq \frac{1 \text{ AU}}{d} \Rightarrow d = \frac{2 \text{ AU}}{\pi - (\alpha + \beta)}. \quad (4.15)$$

Ο δορυφόρος Hipparchos κατάφερε να μετρήσει την γωνία παράλλαξης περίπου 120000 αστέρων του γαλαξία μας. Για τα 15000 από αυτά που βρίσκονται σε απόσταση μέχρι και 100 pcs, το σφάλμα της μέτρησης είναι μικρότερο από 10%.

- **Αστέρες της Κύριας Ακολουθίας:** (μέχρι $d \leq 10^5$ pcs) Όλες οι μέθοδοι προσδιορισμού αποστάσεων από εδώ και πέρα βασίζονται στην διαφορά ανάμεσα στην απόλυτη και την φαινομενική φωτεινότητα μιας πηγής φωτός, ή αλλιώς στην ακτινοβολία L και στην ένταση της ακτινοβολίας I που φτάνει σε εμάς (σε απόσταση d)

$$I = \frac{L}{4\pi d^2}. \quad (4.16)$$

Η παραπάνω έκφραση ισχύει στην πραγματικότητα για ένα στατικό σύμπαν. Σε ένα διαστελλόμενο σύμπαν, ένας επιπλέον παράγοντας $(1+z)^2$ θα πρέπει να συμπεριληφθεί στον παρονομαστή: λόγω της διαστολής του σύμπαντος, η συχνότητα του εκπεμπόμενου σήματος μειώνεται σύμφωνα με την σχέση: $\omega_0 = \omega_e/(1+z)$. επιπλέον, ο αριθμός των φωτονίων που φτάνουν σε εμάς στην μονάδα του χρόνου μειώνεται κατά $1/(1+z)$ (ή ισοδύναμα το απειροστό διάστημα dt μεγαλώνει κατά $(1+z)$ σύμφωνα με την σχέση $dt_0 = dt_e(1+z)$). Επομένως η ακτινοβολία $L = dE/dt$, θα μειωθεί κατά $1/(1+z)^2$. Τότε, η Εξ. (4.16) μπορεί να γραφεί ως εξής

$$d^2 = \frac{L}{4\pi I(1+z)^2}. \quad (4.17)$$

Η ένταση ακτινοβολίας I που φτάνει σε εμάς από μια πηγή φωτός μπορεί εύκολα να μετρηθεί. Εάν ξέραμε την πραγματική ακτινοβολία L της πηγής, θα μπορούσαμε τότε να προσδιορίσουμε την απόσταση d . Τέτοιες πηγές φωτός ονομάζονται “σταθερά κεριά” (standard candles), ενώ η ποσότητα $d_L = d(1+z)^2$ ονομάζεται “απόσταση ακτινοβολίας” (luminosity distance).

Η πρώτη τέτοια πηγή φωτός που συναντούμε είναι οι αστέρες της Κύριας Ακολουθίας που φαίνεται στο διάγραμμα Hertzsprung-Russell του Σχ. 11(β), το οποίο συνδέει την απόλυτη φωτεινότητα L και τον δείκτη χρώματος των αστέρων ². Το διάγραμμα αυτό κατασκευάστηκε έχοντας μετρήσει πειραματικά την ένταση ακτινοβολίας I

²Ο δείκτης χρώματος συνδέεται με την επιφανειακή θερμοκρασία του αστέρα, με τα πιο θερμά αστέρια να εκπέμπουν στο μπλε μέρος του φάσματος και να βρίσκονται στο πάνω αριστερά κομμάτι του διαγράμματος. Το απόλυτο μέγεθος M που δίνεται στον κάθετο άξονα συνδέεται με την ακτινοβολία L μέσω της σχέσης $M = -2.5 \log_{10}(L/L_{\odot}) + 4.74$, όπου $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33}$ erg/sec η ακτινοβολία του Ήλιου.

των πολύ κοντινών μας αστερών και γνωρίζοντας την απόστασή τους από τις μετρήσεις του Hipparchos. Εάν λοιπόν θέλουμε να προσδιορίσουμε την φυσική απόσταση ενός σμήνους αστερών που βρίσκεται πιο μακριά από την “ακτίνα δράσης” του Hipparchos, ακολουθούμε την εξής διαδικασία: κατασκευάζουμε το αντίστοιχο διάγραμμα Hertzsprung-Russell για το σμήνος αυτό χρησιμοποιώντας, αντί για το L , την ένταση ακτινοβολίας I . Το διάγραμμα αυτό θα είναι ίδιο με το πραγματικό αλλά μετατοπισμένο πιο χαμηλά στον κάθετο άξονα. Η τιμή της απόστασης d για την οποία η πραγματική και η φαινομενική φωτεινότητα συνδέονται μέσω της σχέσης (4.16) για όσο το δυνατόν περισσότερα αστέρια, είναι και η πραγματική φυσική απόσταση του σμήνους. Μια που σκοπός είναι τα δύο διαγράμματα να ταυτιστούν όσο το δυνατόν ακριβέστερα, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αστερών τόσο πιο ακριβής είναι ο υπολογισμός – αντίθετα, χρήση της μεθόδου για μεμονωμένα αστέρια μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβή αποτελέσματα.

- **Μεταβλητοί Αστέρες :** (μέχρι $d \leq 10^6$ pcs) Οι αστέρες αυτοί έχουν μεταβαλλόμενη φωτεινότητα, είναι ιδιαίτερα φωτεινοί και με μεγάλη μάζα. Οι αστέρες RR Lyrae, ειδικότερα, έχουν το χαρακτηριστικό ότι, παρ’ ότι είναι μεταβλητοί, η μέση απόλυτη φωτεινότητά τους είναι σταθερή. Μέτρηση λοιπόν της έντασης ακτινοβολίας I αρκεί για να προσδιορίσει την φυσική τους απόσταση. Μια άλλη οικογένεια μεταβλητών αστερών, οι αστέρες Κηφείδες χαρακτηρίζονται από μία σχεδόν γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόλυτη φωτεινότητά τους και τον λογάριθμο της περιόδου μεταβολής της ακτινοβολίας τους. Στην περίπτωση αυτή, μέτρηση της περιόδου P , που ποικίλλει από μερικές ώρες μέχρι και 40 ημέρες, αρκεί για να προσδιορίσει την ακτινοβολία L και την απόστασή τους d .
- **Αστέρες Supernovae Ia :** (μέχρι $d \leq 10^7$ pcs) Οι εκρήξεις supernovae έχουν σαν αποτέλεσμα την αύξηση της ακτινοβολίας του αστέρα κατά 4 έως 6 τάξεις μεγέθους, και επομένως γίνονται ορατές από πολύ μεγάλη απόσταση. Φτάνουν στην μέγιστη ακτινοβολία τους σε διάστημα λίγων εβδομάδων και επανέρχονται στα αρχικά επίπεδα ακτινοβολίας τους μετά από μερικούς μήνες. Ειδικά, οι supernovae τύπου Ia προκύπτουν από την βαρυτική κατάρρευση ενός άσπρου νάνου όταν η μάζα του ξεπεράσει το όριο Chandrasekhar ($M \simeq 1.4M_{\odot}$) λόγω απορρόφησης μάζας από τον συνοδό αστέρα. Παρ’ όλο που η ακτινοβολία τους είναι μεταβλητή, οι supernovae Ia διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες συγκεκριμένης μέγιστης ακτινοβολίας σύμφωνα με την χρονική περίοδο που παίρνει ο αστέρας για να επανέλθει στην αρχική του ακτινοβολία – η κατηγορία μάλιστα που παίρνει και τον μεγαλύτερο χρόνο, χαρακτηρίζεται και από μεγαλύτερη απόλυτη φωτεινότητα.
- **Οι πιο φωτεινοί Αστέρες/Γαλαξίες :** (μέχρι $d \leq 10^{10}$ pcs) Στατιστικές ανα-

λύσεις έχουν δείξει ότι ο πιο φωτεινός αστέρας σε ένα γαλαξία έχει μία καθορισμένη μέγιστη απόλυτη φωτεινότητα ($M \simeq -9.3$). Με τον ίδιο τρόπο, ο πιο φωτεινός γαλαξίας σε ένα σμήνος γαλαξιών, επίσης χαρακτηρίζεται από μια συγκεκριμένη ακτινοβολία ($M \simeq -21$). Ο εντοπισμός, λοιπόν, του πιο φωτεινού αστέρα ή γαλαξία αρκεί για να δώσει την φυσική απόσταση του αντίστοιχου σμήνους αστέρων ή γαλαξιών.

- **Μέθοδος του Βαρυτικού Φακού:** Θα προσθέσουμε τέλος μία τελευταία μέθοδο προσδιορισμού της απόστασης μιας φωτεινής πηγής, τελείως διαφορετικής φύσεως. Όπως είναι γνωστό, ένα ιδιαίτερα έμμαζο ουράνιο σώμα είναι σε θέση να προκαλέσει την απόκλιση του φωτός από την τροχιά του λόγω του ισχυρού βαρυτικού του πεδίου. Το φαινόμενο μάλιστα αυτό συνοδεύεται πολλές φορές από την δημιουργία δύο ή περισσότερων ειδώλων της αρχικής πηγής – που αλλιώς θα ήταν κρυμμένη από εμάς από το έμμαζο σώμα, που παίζει επομένως τον ρόλο ενός βαρυτικού φακού. Το 1979, ανακαλύφθηκε ένα διπλό σύστημα quasar, το οποίο είχε ακριβώς την ίδια μετατόπιση προς το ερυθρό και ίδιο φάσμα. Στην πραγματικότητα ήταν το διπλό είδωλο ενός και μόνου quasar που προκαλούσε η παρουσία ενός έμμαζου γαλαξία στην γραμμή παρατήρησής του από την Γη. Επειδή οι ακτίνες φωτός από το αρχικό quasar ακολουθούν διαφορετικές τροχιές, υπάρχει πάντα μια καθυστέρηση στην οποιαδήποτε μεταβολή του φωτός ανάμεσα στα δύο σήματα. Το 1984, μια καθυστέρηση της τάξης του $\Delta t = (417 \pm 3)$ μέρες μετρήθηκε, από την οποία υπολογίστηκε η απόσταση της πραγματικής πηγής, του quasar, από την Γη.

Η πρώτη μέτρηση της τιμής της σταθεράς του Hubble έγινε από τον ίδιο τον Hubble με χρήση των μεταβλητών αστέρων οδηγώντας στο αποτέλεσμα: $H_0 \simeq 500$ (Km/sec)/Mpc. Το 1950, η ίδια μέθοδος χρησιμοποιήθηκε από τον Baade, ο οποίος βελτίωσε την μέτρηση και μείωσε την τιμή του H_0 κατά 50%: $H_0 \simeq 260$ (Km/sec)/Mpc. Μετά την ανακάλυψη αστέρων Κηφείδων στο σμήνος γαλαξιών Virgo το 1995, η τιμή της σταθεράς του Hubble βελτιώθηκε στο $H_0 \simeq (80 \pm 16)$ (Km/sec)/Mpc. Η σημερινή τιμή προκύπτει από συνδυασμένη χρήση μεταβλητών αστέρων και supernovae Ia και είναι $H_0 \simeq (67.3 \pm 1.2)$ (Km/sec)/Mpc. Αξίζει να σημειωθεί ότι η χρήση της μεθόδου του βαρυτικού φακού οδηγεί σε λίγο χαμηλότερη τιμή: $H_0 \simeq (65 \pm 15)$ (Km/sec)/Mpc. Παρ' όλο που οι μετρήσεις είναι συμβατές, η κεντρική τιμή είναι χαμηλότερη και το στατιστικό σφάλμα της τάξης του 20-30%, με αποτέλεσμα να μην ακολουθείται από την μεγαλύτερη μερίδα των επιστημόνων.

4.3 Η ηλικία του σύμπαντος

Η παράμετρος του Hubble καθορίζει όχι μόνο τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος κάθε χρονική στιγμή αλλά επιπλέον μας δίνει και πληροφορίες για την ηλικία του. Πριν όμως δούμε

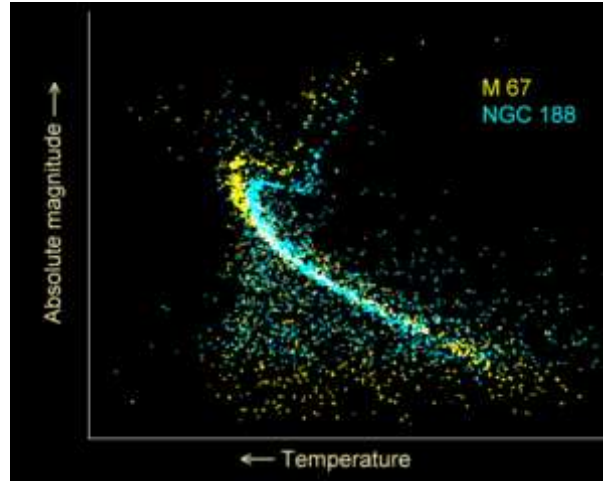
αυτό το σημείο αναλυτικά και εξετάσουμε τι μας δίνουν τα διάφορα κοσμολογικά μοντέλα, ως αναφέρουμε, και πάλι εν συντομία, τις υπάρχουσες παρατηρήσεις και τα αντίστοιχα όρια για την ηλικία του σύμπαντος.

- **Μέθοδος Ραδιενεργών Στοιχείων:** Ξεκινώντας από την γειτονιά μας, η διάσπαση ορισμένων ραδιενεργών στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την χρονολόγηση μετεωριτών, σεληνιακών και γήινων πετρωμάτων, και επομένως τον προσδιορισμό της ηλικίας του ηλιακού μας συστήματος. Η μέθοδος βασίζεται στην μέτρηση της σχετικής συγκέντρωσης δύο ισοτόπων (καταστάσεων ενός ατομικού στοιχείου με τον ίδιο αριθμό πρωτονίων στον πυρήνα τους αλλά διαφορετικό αριθμό νετρονίων) ενός ραδιενεργού στοιχείου: ενός σταθερού, jD , και ενός δευτέρου, iD , του οποίου η συγκέντρωση μεταβάλλεται στον χρόνο λόγω της διάσπασης ενός ασταθούς μητρικού πυρήνα kP σε αυτό. Τότε, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{{}^iD}{{}^jD} = \left(\frac{{}^iD}{{}^jD} \right)_0 + \frac{{}^kP}{{}^jD} (e^{\lambda t} - 1), \quad (4.18)$$

όπου λ^{-1} ο μέσος χρόνος ζωής του kP . Υποθέτοντας ότι το σύστημα $({}^iD, {}^kP)$ απομονώθηκε με κάποιο τρόπο σε ένα συγκεκριμένο κομμάτι του πετρώματος, και ότι το υπόλοιπο πέτρωμα χαρακτηρίζεται από την αρχική σχετική συγκέντρωση $({}^iD/{}^jD)_0$, μπορεί κανείς να κατασκευάσει την γραφική παράσταση ${}^iD/{}^jD$ συναρτήσει του ${}^kP/{}^jD$. Το γράφημα αυτό θα έχει σαν κλίση τον παράγοντα $(e^{\lambda t} - 1)$ και θα τέμνει τον κάθετο άξονα στο σημείο $({}^iD/{}^jD)_0$. Οι πληροφορίες αυτές καθώς και η τρέχουσα τιμή της σχετικής συγκέντρωσης των δύο στοιχείων μπορούν να καθορίσουν τον χρόνο που πέρασε από την δημιουργία του συστήματος, και επομένως να θέσουν ένα ελάχιστο όριο στην ηλικία του πετρώματος. Με την μέθοδο αυτή, η ηλικία των σεληνιακών πετρωμάτων προκύπτει να είναι τουλάχιστον $t_L = (4.5 - 4.6) \times 10^9$ yrs, των μετεωριτών $t_M = 4.57 \times 10^9$ yrs, και των γήινων πετρωμάτων $t_E = 3.7 \times 10^9$ yrs.

- **Μέθοδος των Σφαιρικών Σμηνών:** Τα σφαιρικά σμήνη των αστέρων που συναντούνται εκατέρωθεν του γαλαξιακού δίσκου μπορούν να θέσουν ένα ελάχιστο όριο στην ηλικία του γαλαξία. Οι αστέρες των σφαιρικών σμηνών αποτελούν τα γηραιότερα αστέρια του γαλαξία μια που δημιουργήθηκαν κατά την διάρκεια της πρώτης φάσης βαρυτικής κατάρρευσης του συστήματος. Τα σφαιρικά σμήνη, όπως αναφέραμε και στο πρώτο κεφάλαιο, περιέχουν μέχρι και 10^7 αστέρια τα οποία σχηματίζουν ένα διάγραμμα Hertzsprung-Russell αντίστοιχο του Σχ. 11(β) με μόνη διαφορά την απουσία του πάνω αριστερού μέρους της Κύριας Ακολουθίας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 12. Μετά το τέλος της καύσης υδρογόνου στον πυρήνα τους, οι αστέρες των σφαιρικών σμηνών αφήνουν την Κύρια Ακολουθία και κινούνται προς την περιοχή των Κόκκινων



Σχήμα 12: Το διάγραμμα Hertzsprung-Russell για τα σφαιρικά σμήνη των αστέρων.

Γιγάντων. Η μετάβαση αυτή συμβαίνει όταν ο αστέρας έχει ήδη καταναλώσει το 12% της αρχικής μάζας του. Η ακτινοβολία του αστέρα συνδέεται άμεσα με τον ρυθμό καύσης υδρογόνου μια που ξέρουμε ότι κατά την διάρκεια της ένωσης 4 πρωτονίων για την δημιουργία ενός πυρήνα ηλίου ^4He , το 0.7% της μάζας απελευθερώνεται σε μορφή ακτινοβολίας. Εντοπίζοντας, λοιπόν, έναν αστέρα που βρίσκεται στην “στροφή” της Κύριας Ακολουθίας προς την περιοχή των Κόκκινων Γιγάντων, μπορούμε να γράψουμε για την ακτινοβολία του σε εκείνη την φάση της ζωής του

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{0.007 \Delta M}{\Delta t} = \frac{0.007 \times 0.12 M c^2}{\Delta t} \quad (4.19)$$

ή ισοδύναμα, λύνοντας ως προς τον χρόνο,

$$t_{GC} = 1.1 \times 10^{10} \text{ yrs} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{L_{\odot}}{L} \right) = 11 \times 10^9 \text{ yrs} \left(\frac{L_{\odot}}{L} \right)^{2/3}. \quad (4.20)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε την σχέση $L \propto M^{1/3}$ ανάμεσα στην μάζα και στην ακτινοβολία ενός αστέρα. Χρησιμοποιώντας μεταβλητούς αστέρες Κηφείδες και RR Lyrae σαν “σταθερά κεριά”, η απόσταση και επομένως η ακτινοβολία των σφαιρικών σμηνών του γαλαξία μας προσδιορίστηκε και από εκεί το ελάχιστο όριο της ηλικίας του γαλαξία, το οποίο σήμερα έχει την τιμή: $t_{GC} \simeq (13.7 \pm 0.2) \times 10^9 \text{ yrs}$.

Ας επιστρέψουμε τώρα στην παράμετρο Hubble και στα κοσμολογικά μοντέλα του προηγούμενου κεφαλαίου. Αν υποθέσουμε ότι ζούμε σε ένα επίπεδο σύμπαν που περιέχει μόνο ύλη, τότε ο συντελεστής κλίμακας θα δίνεται από την σχέση: $a(t) \sim t^{2/3}$. Αν ξέραμε την

τιμή του συντελεστή κλίμακας σήμερα, a_0 , θα μπορούσαμε να αντιστρέψουμε την σχέση αυτή και να λύσουμε ως προς την ηλικία του σύμπαντος, t_0 . Εναλλακτικά όμως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος σήμερα, την σταθερά δηλαδή Hubble, και να γράψουμε

$$H_0 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)_0 = \frac{2}{3t_0}, \quad (4.21)$$

κι επομένως

$$t_0 = \frac{2}{3H_0} = \frac{640}{H_0} \times 10^9 \text{ yrs}. \quad (4.22)$$

Εάν χρησιμοποιήσουμε την τιμή της σταθεράς H_0 που βρέθηκε από τον ίδιο τον Hubble, δηλαδή $H_0 \simeq 500 \text{ (Km/sec)/Mpc}$, η ηλικία του σύμπαντος προκύπτει να είναι $t_0 = 1.3 \times 10^9 \text{ yrs}$, τιμή που είναι μικρότερη και από την ηλικία της Γης! Η σημερινή τιμή της σταθεράς Hubble $H_0 \simeq 67 \text{ (Km/sec)/Mpc}$ δίνει $t_0 \simeq 9.5 \times 10^9 \text{ yrs}$, που επίσης δεν είναι ικανοποιητική μια που είναι μικρότερη από την ηλικία των σφαιρικών σμηνών. Από αυτό μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το μοντέλο του επίπεδου σύμπαντος που περιέχει μόνο ύλη δεν υποστηρίζεται από τα παρατηρησιακά δεδομένα. Ακόμα και η άποψη ότι το σύμπαν εκτός από ύλη θα πρέπει να περιέχει οπωσδήποτε και ακτινοβολία, η οποία μάλιστα κυριαρχούσε στην αρχέγονη εποχή, δεν βελτιώνει την κατάσταση. Το αντίθετο μάλιστα, την επιδεινώνει: εάν το σύμπαν περιείχε μόνο ακτινοβολία τότε η ηλικία του σήμερα θα ήταν

$$t_0^{(r)} = \frac{1}{2H_0} < \frac{2}{3H_0} = t_0^{(m)}. \quad (4.23)$$

Ένα σύμπαν, επομένως, που θα ήταν συνδυασμός δύο εποχών, μιας που κυριαρχείται από ακτινοβολία και μιας από ύλη θα είχε ηλικία σήμερα μικρότερη από 9.5 δισεκατομμύρια χρόνια.

Συμπεραίνουμε λοιπόν από τα παραπάνω ότι ένα σύμπαν αρκετά μεγάλης ηλικίας μπορεί να προκύψει μόνο εάν περιέχει ένα ακόμη συστατικό που θα ήταν σε θέση να καθυστερήσει την επιβράδυνση του σύμπαντος και να παρατείνει τον χρόνο ζωής του μέχρι σήμερα. Η προφανής λύση ήταν η κοσμολογική σταθερά, η οποία με την ευκαιρία αυτή επανήλθε πανηγυρικά στην Κοσμολογία. Εάν υποθέσουμε, π.χ., ότι ζούμε και πάλι σε ένα επίπεδο σύμπαν με $k = 0$ και $\Omega_{total} = 1$, και πυκνότητα ύλης ρ_m , μπορούμε να γράψουμε την πρώτη εξίσωση Friedmann ως εξής:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\rho_0}{a^3} + \Lambda \right) = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \left(\frac{\rho_0/\rho_c}{a^3} + \frac{\Lambda}{\rho_c} \right) = H_0^2 \left[\frac{a_0^3}{a^3} (1 - \Omega_\Lambda) + \Omega_\Lambda \right]. \quad (4.24)$$

Παραπάνω έχουμε χρησιμοποιήσει το γεγονός ότι η πυκνότητα ύλης σήμερα είναι $\rho_m^0 = \rho_0/a_0^3$ και ότι

$$\rho_m + \Lambda = \rho_{total} \equiv \rho_c \Rightarrow \Omega_m + \Omega_\Lambda = \Omega_{total} = 1. \quad (4.25)$$

Μια που η τιμή του συντελεστή κλίμακας σήμερα δεν είναι δυνατόν να βρεθεί, συνηθίζεται να κανονικοποιείται στην μονάδα, $a_0 = 1$. Τότε, η παραπάνω εξίσωση παίρνει την μορφή

$$H_0 t_0 = \int_0^{t_0} H_0 dt = \int_0^1 \frac{\sqrt{a} da}{\sqrt{1 - \Omega_\Lambda + \Omega_\Lambda a^3}}. \quad (4.26)$$

Μπορούμε εύκολα να επαληθεύσουμε ότι για $\Omega_\Lambda = 0$, το ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της παραπάνω εξίσωσης δίνει $2/3$, όπως αναμένεται. Για $\Omega_\Lambda \neq 0$, όμως, παίρνουμε

$$H_0 t_0 = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}} \log \left(\frac{1 + \sqrt{\Omega_\Lambda}}{\sqrt{1 - \Omega_\Lambda}} \right) = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}} \sinh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{1 - \Omega_\Lambda}} \right). \quad (4.27)$$

Ενώ για μικρές σχετικά τιμές της κοσμολογικής σταθεράς, η ηλικία του σύμπαντος δεν προκύπτει αρκετά μεγάλη, για τιμές του Λ πάνω από μια κρίσιμη τιμή, το αποτέλεσμα για το t_0 προσεγγίζει την παρατηρησιακή τιμή $t_0 = 13.7 \times 10^9$ years.

4.4 Η πυκνότητα ύλης στο σύμπαν

Ας περάσουμε τώρα στην πυκνότητα ύλης που περιέχει σήμερα το σύμπαν μας όπως αυτή προκύπτει από τα παρατηρησιακά δεδομένα. Καταρχήν, θα χρειαστούμε την συνάρτηση φωτεινότητας $\Phi(L)$, μια συνάρτηση δηλαδή κατανομής, η οποία μας δίνει τον αριθμό των γαλαξιών dN ανά μονάδα όγκου που έχουν ακτινοβολία στο διάστημα L και $L + dL$. Μετά την μελέτη ενός μεγάλου αριθμού γαλαξιών, προέκυψε ότι η κατανομή αυτή περιγράφεται καλύτερα από την συνάρτηση Schechter

$$\Phi(L) = \frac{\Phi_*}{L_*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^\alpha e^{-L/L_*}, \quad (4.28)$$

όπου οι αριθμοί α , Φ_* και L_* είναι κατ' αρχήν τυχαίες παράμετροι που όμως προσδιορίζονται από την σύγκριση της συνάρτησης κατανομής με τα παρατηρησιακά δεδομένα. Με την βοήθεια της συνάρτησης κατανομής μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση ακτινοβολία ανά μονάδα όγκου όλων των γαλαξιών

$$\langle L \rangle = \int_0^\infty \Phi(L) L dL = 3.3 \times 10^8 h L_\odot \text{ Mpc}^{-3}. \quad (4.29)$$

Μια άλλη σημαντική ποσότητα στον υπολογισμό του Ω_m είναι ο λόγος μάζας-ακτινοβολίας M/L που έχει βρεθεί, επίσης στατιστικά, να περιγράφει διαφορετικά συστήματα φωτεινής ύλης. Αναλυτικά:

- Αστέρεις: $M/L \simeq 2.67 \Rightarrow \Omega_{m,*} \simeq 0.002$

- Γαλαξίες: $M/L \simeq (5 - 10)h \Rightarrow \Omega_{m,G} \simeq 0.003 - 0.006$
- Ομάδες Γαλαξιών: $M/L \simeq (50 - 200)h \Rightarrow \Omega_{m,G} \simeq 0.025 - 0.10$
- Clusters Γαλαξιών: $M/L \simeq 250h \Rightarrow \Omega_{m,CG} \simeq 0.1 - 0.25$

όπου οι λόγοι M/L μετρώνται σε ηλιακές μονάδες M_{\odot}/L_{\odot} . Στα παραπάνω αποτελέσματα, χρησιμοποιήσαμε την τιμή $h_0 = 0.673$, και τον ακόλουθο ορισμό της παραμέτρου Ω_m της πυκνότητας ύλης στο σύμπαν

$$\Omega_m \equiv \frac{\rho_m}{\rho_c} = \frac{\langle L \rangle (M/L)}{\rho_c}. \quad (4.30)$$

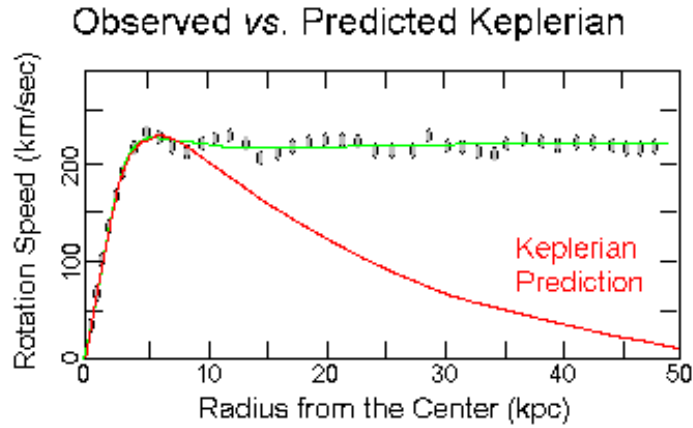
Παρατηρεί εύκολα κανείς από τα παραπάνω αποτελέσματα για το Ω_m ότι όσο μεγαλώνει το μέγεθος του συστήματος που εξετάζουμε τόσο αυξάνει και η τιμή της πυκνότητας ύλης. Η μόνη λογική απάντηση είναι ότι σταδιακά εξετάζουμε συστήματα τα οποία περιέχουν, εκτός από την φωτεινή ύλη, και ένα συνεχώς αυξανόμενο ποσοστό σκοτεινής ύλης που γεμίζει τον “κενό” ενδιάμεσο χώρο.

Παρόμοιο συμπέρασμα προκύπτει και από την παρατήρηση των “καμπυλών περιστροφής” (rotation curves) των γαλαξιών που συσχετίζουν την ταχύτητα περιστροφής των αστερών συναρτήσει της απόστασής τους από το κέντρο του γαλαξία – ένα παράδειγμα δίνεται στο Σχ. 13. Από τον νόμο του Νεύτωνα, η απαίτηση η βαρυτική δύναμη να ισούται με την φυγόκεντρο οδηγεί στην σχέση

$$\frac{GM(r)}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}. \quad (4.31)$$

Από το 1933, ο Zwicky είχε παρατηρήσει ότι η ταχύτητα των αστερών στις παρυφές του γαλαξία αντί να μειώνεται με την απόσταση – όπως θα έπρεπε γιατί αλλιώς η μειωμένη δυναμική ενέργεια σε εκείνη την περιοχή δεν θα ήταν σε θέση να κρατήσει δέσμιο τον συγκεκριμένο αστέρα – αποκτούσε μια σταθερή τιμή, την οποία διατηρούσε για αποστάσεις τουλάχιστον 8-10 φορές την ακτίνα του ορατού γαλαξία. Οι αστέρες στον γαλαξία μας, ο οποίος είναι επίσης σπειροειδής, παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά – ενδεικτικά, ο Ήλιος περιστρέφεται με ταχύτητα 220 Km/σεκ γύρω από το κέντρο του γαλαξία ενώ θα έπρεπε να περιστρέφεται μόνο με 160 Km/σεκ.

Η φύση της σκοτεινής ύλης είναι ένα από τα θέματα που ερευνώνται συστηματικά από Κοσμολόγους, Αστροφυσικούς και φυσικούς των Στοιχειωδών Σωματιδίων. Η πιο παραδοσιακή άποψη υποστηρίζει ότι η σκοτεινή ύλη μπορεί να οφείλεται σε κατανομές συνηθισμένης ύλης που απλώς δεν ακτινοβολούν, όπως νέφη αερίων ουδέτερου υδρογόνου, άσπροι και καφέ νάνοι, πλανήτες μεγάλης μάζας, μαύρες οπές κτλ. Μια εναλλακτική άποψη, που μάλιστα



Σχήμα 13: Η καμπύλη περιστροφής ενός τυπικού σπειροειδή γαλαξία.

κερδίζει συνεχώς έδαφος, είναι ότι η ύλη που μας λείπει αποτελείται από στοιχειώδη σωματίδια: είτε έμμεζα νετρίνα είτε καινούρια είδη σωματιδίων που δεν έχουν παρατηρηθεί ποτέ στο εργαστήριο. Παραδείγματα των τελευταίων αποτελούν τα αξιόνια με σπιν 0 και μάζα στην περιοχή $10^{-5} \text{ eV} \leq m_a \leq 10^{-3} \text{ eV}$ και ορισμένα είδη υπερσυμμετρικών σωματιδίων, όπως τα neutralina με σπιν 1/2 και μάζα $m_\chi = (30 - 100) \text{ GeV}$ και τα gravitina με σπιν 3/2 και μάζα γύρω στο 1 Te .

4.5 Η παράμετρος επιβράδυνσης

Με την βοήθεια αστέρων με $z \ll 1$, και προσδιορίζοντας με ακρίβεια την φυσική τους απόσταση από εμάς είναι δυνατή η εύρεση της σταθεράς H_0 μέσω του προσεγγιστικού νόμου του Hubble. Με την χρήση της μεθόδου του “λαμπρότερου αστερά σε ένα γαλαξία” και των αστέρων supernovae είναι δυνατή η μέτρηση της φυσικής απόστασης ακόμα μακρύτερων αντικειμένων με $z \geq 1$. Για αυτές τις πηγές φωτός, όμως, ο προσεγγιστικός νόμος του Hubble δεν ισχύει πλέον και περισσότεροι όροι στην ανάπτυξη της Εξ. (4.14) θα πρέπει να ληφθούν υπ’ όψη. Έχοντας ήδη προσδιορίσει την σταθερά H_0 , η έκφραση αυτή μπορεί τότε να μας δώσει πληροφορίες για την παράμετρο επιβράδυνσης σήμερα q_0 .

Η τιμή της παραμέτρου επιβράδυνσης, όπως αυτή προσδιορίζεται από τις παρατηρήσεις, έχει δει μεγάλες μεταβολές με την πάροδο του χρόνου. Το γεγονός αυτό ήταν αναπόφευκτο μια που είναι απαραίτητη τόσο η ύπαρξη ακριβών μετρήσεων σε πολύ μεγάλες αποστάσεις όσο και η χρήση της σταθεράς H_0 , η τιμή της οποίας επίσης πέρασε από μεγάλες περιπέτειες. Δειγματικά, μερικές από τις μετρήσεις της παραμέτρου q_0 είχαν ως εξής:

- **1956:** $q_0 = 3.7$
- **1958:** $q_0 = 0.2$
- **1970:** $q_0 = 1.2 - 1.5$
- **1995:** $q_0 = 0.07$
- **1997:** $q_0 = 0.5 - 1.0$
- **1999:** $q_0 = -0.5$

Εναλλακτικά, η τιμή της παραμέτρου επιβράδυνσης μπορεί να προσδιοριστεί εάν είναι γνωστά τα συστατικά που περιέχει το σύμπαν. Με χρήση των εξισώσεων Friedmann μπορούμε να γράψουμε

$$\begin{aligned}
 q_0 &= - \left. \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \right|_0 = - \left. \frac{(\ddot{a}/a)}{(\dot{a}/a)^2} \right|_0 = \frac{4\pi G (\rho_{total} + 3p_{total})}{3H_0^2} \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{total}}{\rho_c} + 3 \frac{p_{total}}{\rho_c} \right) = \frac{\Omega_{total}}{2} + \frac{3}{2} w_{de} \Omega_{de}. \quad (4.32)
 \end{aligned}$$

Στην παραπάνω έκφραση χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι το μοναδικό συστατικό του σύμπαντος που ασκεί μια μη αμελητέα πίεση σήμερα είναι η σκοτεινή ενέργεια - όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας, και επομένως και η πίεσή της, είναι αμελητέα στη σημερινή εποχή. Η Εξ. (4.32) επιτρέπει τον προσδιορισμό της τιμής του q_0 εάν είναι γνωστά τα Ω_{total} , w_{de} και Ω_{de} . Οι σημερινές τιμές των κοσμολογικών αυτών παραμέτρων είναι:

$$\Omega_{total} = 1.0007, \quad w_{de} = -1.10 \pm 0.08, \quad \Omega_{de} = 0.685 \pm 0.017, \quad (4.33)$$

και οδηγούν στην τιμή $q_0 = -0.63$ για την παράμετρο επιβράδυνσης στην σημερινή εποχή, και επομένως σε ένα σύμπαν που βρίσκεται σε φάση επιταχυνόμενης διαστολής. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η παράμετρος της καταστατικής εξίσωσης για την σκοτεινή ενέργεια είναι πολύ κοντά στο $w = -1$ που αντιστοιχεί σε μια κοσμολογική σταθερά, και ότι η σκοτεινή ενέργεια αποτελεί το 69% της συνολικής ενέργειας του σύμπαντος!

Μια παρατήρηση που οφείλουμε να κάνουμε εδώ είναι ότι παραπάνω από ένας συνδυασμός των Ω_{total} , w_{Λ} και Ω_{Λ} είναι δυνατόν να μας δώσει την ίδια τιμή για το q_0 . Αυτό είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι υπάρχουν παραπάνω κοσμολογικές παράμετροι απ' ότι εξισώσεις. Η εκφυλισμένη αυτή κατάσταση εμφανίζεται συχνά στον προσδιορισμό αρκετών από τις κοσμολογικές παραμέτρους.

