

5 ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ: Αρχέγονο Σύμπαν

5.1 Η Πυκνότητα Ενέργειας Ακτινοβολίας

Το σύμπαν μας σήμερα φαίνεται να κυριαρχείται από συνηθισμένη ύλη, η οποία φτιάχνει τους αστέρες, τους γαλαξίες και τις ομάδες των γαλαξιών – αφήνουμε έξω από την συζήτηση την σκοτεινή ενέργεια η οποία, αν και ποσοτικά υπερτερεί της ύλης, δεν γίνεται αντιληπτή από τις αισθήσεις μας – ενώ αντίθετα η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας, η παρουσία δηλαδή ρελατιβιστικών σωματιδίων, είναι σημαντικά περιορισμένη. Όπως έχουμε ήδη εξηγήσει, η αναλογία αυτή γίνεται κατανοητή από το γεγονός ότι η πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας, $\rho_r \sim 1/a^4$, μειώνεται πιο γρήγορα από την πυκνότητα ενέργειας ύλης, $\rho_m \sim 1/a^3$, με την διαστολή του σύμπαντος και, μια που το σύμπαν έχει ήδη υπάρξει για αρκετά δισεκατομμύρια χρόνια, η δεύτερη έχει ήδη κυριαρχήσει της πρώτης.

Εάν αντιστρέψουμε όμως τον χρόνο και κινηθούμε προς την χρονική στιγμή $t = 0$ και την Αρχική Ανωμαλία, η αναλογία αυτή αντιστρέφεται μια που η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας αυξάνεται γρηγορότερα από την πυκνότητα ενέργειας της συνηθισμένης ύλης. Κοντά μάλιστα στο σημείο $t = 0$, τόσο η πυκνότητα ρ_r όσο και η αντίστοιχη θερμοκρασία T φτάνει σε τρομερά μεγάλες τιμές. Αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού είναι ότι η μάζα ηρεμίας του κάθε σωματιδίου που υπήρχε στο σύμπαν να είναι αμελητέα σε σύγκριση με την κινητική του ενέργεια, και έτσι να θεωρείται ρελατιβιστικό. Μια άλλη συνέπεια της μεγάλης θερμοκρασίας και της κινητικής τους ενέργειας είναι ότι τα σωματίδια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους πολλές φορές στην μονάδα του χρόνου, και έτσι διατηρούν μια κατάσταση θερμικής ισορροπίας στο σύμπαν. Σε μια τέτοια κατάσταση, όλες οι (επιτρεπτές) αλληλεπιδράσεις

μεταξύ των σωματιδίων έχουν την ίδια πιθανότητα να πραγματοποιηθούν. Παραδείγματος χάρη, οι αλληλεπιδράσεις

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e, \quad p^+ + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+, \quad (5.1)$$

λαμβάνουν χώρα με την ίδια πιθανότητα, με αποτέλεσμα ο αριθμός των διαφόρων σωματιδίων N_i να παραμένει σταθερός.

Στο σημείο αυτό θα δανειστούμε ορισμένα αποτελέσματα από την Στατιστική Φυσική που περιγράφουν την συγκέντρωση σωματιδίων – τον αριθμό N_i ανά μονάδα όγκου – και την ενέργεια ενός ρελατιβιστικού αερίου. Αυτά δίνονται αντίστοιχα από τις εκφράσεις

$$n_i = g \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \frac{4\pi p^2 dp}{e^{(E_i - \mu_i)/k_B T} \pm 1}, \quad (5.2)$$

και

$$\rho_i = g \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \frac{4\pi p^2 E_i(p) dp}{e^{(E_i - \mu_i)/k_B T} \pm 1}. \quad (5.3)$$

Στις παραπάνω εκφράσεις, E_i είναι η συνολική ενέργεια του ρελατιβιστικού σωματιδίου, που ορίζεται μέσω της έκφρασης $E_i^2 = m_i^2 c^4 + p^2 c^2$, k_B η σταθερά του Boltzmann με τιμή $k_B = 8.619 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$, και το \pm πρόσημο στο παρονομαστή αντιστοιχεί σε φερμιόνια και μποζόνια. Επίσης, μ_i είναι το χημικό δυναμικό του κάθε είδους σωματιδίων, που σχετίζεται με την μη διατήρηση του αριθμού των σωματιδίων N_i στο σύστημα, και ορίζεται μέσω της σχέσης

$$dF = -S dT - P dV + \mu dN, \quad (5.4)$$

όπου F είναι η ελεύθερη ενέργεια Helmholtz. Ειδικά για τα μποζόνια, με σπιν ακέραιο αριθμό, το χημικό δυναμικό θα πρέπει να ικανοποιεί τον περιορισμό $|\mu_i| < m_i c^2$, ώστε να συγκλίνουν τα παραπάνω ολοκληρώματα. Επομένως, για τα φωτόνια, που είναι και οι σημαντικότεροι εκπρόσωποι των ρελατιβιστικών σωματιδίων, ισχύει ότι $\mu_\gamma = 0$. Μπορούμε όμως, χωρίς σημαντικό λάθος, να υποθέσουμε ότι το χημικό δυναμικό και των υπόλοιπων σωματιδίων του ρελατιβιστικού αερίου είναι πολύ κοντά στο μηδέν: ο λόγος είναι η θερμοδυναμική ισορροπία που επικρατεί, και η οποία τείνει να σταθεροποιήσει τις συγκεντρώσεις των σωματιδίων όπως αναφέραμε παραπάνω. Εάν λοιπόν θέσουμε $\mu_i = 0$ στις παραπάνω εκφράσεις, και χρησιμοποιήσουμε ένα τυπολόγιο ολοκληρωμάτων, παίρνουμε τα αποτελέσματα

$$n_B = g_B \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{(k_B T)^3}{(\hbar c)^3}, \quad (5.5)$$

για την συγκέντρωση μποζονίων,

$$n_F = \frac{3}{4} g_F \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{(k_B T)^3}{(\hbar c)^3}, \quad (5.6)$$

και φερμιονίων, αντίστοιχα. Παρόμοια, παίρνουμε

$$\rho_B = g_B \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{30 (\hbar c)^3}, \quad \rho_F = \frac{7}{8} g_F \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{30 (\hbar c)^3}, \quad (5.7)$$

για τις αντίστοιχες πυκνότητες ενέργειας. Για ένα ρελατιβιστικό αέριο, επομένως, που περιέχει τόσο μποζόνια όσο και φερμιόνια, η συνολική συγκέντρωση σωματιδίων και η ενέργειά τους δίνονται από τις σχέσεις

$$n_r = \left(g_B + \frac{3}{4} g_F \right) \frac{\zeta(3) (k_B T)^3}{\pi^2 (\hbar c)^3}, \quad (5.8)$$

και

$$\rho_r = \left(g_B + \frac{7}{8} g_F \right) \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{30 (\hbar c)^3}, \quad (5.9)$$

αντίστοιχα. Τα σύμβολα g_B και g_F αναπαριστούν τον αριθμό των μποζονικών και φερμιονικών βαθμών ελευθερίας που περιέχονται στο ρελατιβιστικό αέριο. Παραδείγματος χάρη, για το φωτόνιο $g_\gamma = 2$, για έμμαζα σπιν-1/2 σωματίδια, όπως το ηλεκτρόνιο, $g = 2$ ενώ για άμαζα σπιν-1/2 σωματίδια, όπως το νετρίνο, $g = 1$.

Σύμφωνα με την Στατιστική Φυσική, τόσο η συγκέντρωση των σωματιδίων στο ρελατιβιστικό αέριο όσο και η πυκνότητα της ενέργειάς τους καθορίζεται αποκλειστικά και μόνο από την θερμοκρασία του αερίου. Είδαμε, όμως, στο δεύτερο κεφάλαιο, ότι η πυκνότητα ενέργειας ενός ρελατιβιστικού αερίου δίνεται από την έκφραση

$$\rho_r = \frac{\rho_0}{a^4}. \quad (5.10)$$

Μια που και οι δύο εκφράσεις για το ρ_r οφείλουν να ισχύουν ταυτόχρονα, συμπεραίνουμε ότι η θερμοκρασία και ο συντελεστής κλίμακας του σύμπαντος συνδέονται μέσω της σχέσης

$$T a = \text{const.} \Leftrightarrow T(t) = \frac{\text{const.}}{a(t)}. \quad (5.11)$$

Στις πρώτες στιγμές της δημιουργίας του σύμπαντος, λοιπόν, όταν ο συντελεστής κλίμακας έχει πολύ μικρή τιμή, η θερμοκρασία, και επομένως και η πυκνότητα ενέργειας, φτάνει σε πολύ μεγάλες τιμές. Όσο όμως ο χρόνος περνάει και το σύμπαν διαστέλλεται, η τιμή του συντελεστή κλίμακας αυξάνεται, γεγονός που οδηγεί στην μείωση της θερμοκρασίας του ρελατιβιστικού αερίου και της αντίστοιχης πυκνότητας ενέργειας. Επιπλέον, χρήση της παραπάνω σχέσης στην έκφραση της συγκέντρωσης σωματιδίων (5.8) οδηγεί στην εξάρτηση

$$n_r = \frac{N_r}{V} = \frac{\text{const.}}{a^3}, \quad (5.12)$$

σε συμφωνία με την παραδοχή ότι ο συντελεστής κλίμακας παίζει τον ρόλο της ακτίνας του σύμπαντος – άλλωστε, ανεξάρτητα της τοπολογίας του, ο παράγοντας a^3 εμφανίζεται πάντα στην έκφραση του φυσικού όγκου στο σύμπαν. Σύμφωνα με το παραπάνω, η συγκέντρωση των σωματιδίων στο ρελατιβιστικό αέριο μειώνεται με την διαστολή του σύμπαντος, όπως αναμένεται.

5.2 Θερμοδυναμική Ισορροπία και Αποσύζευξη

Υπάρχουν δύο παράγοντες που μπορούν να μεταβάλλουν την σύνθεση του ρελατιβιστικού αερίου που κυριαρχεί στο σύμπαν την Αρχέγονη Εποχή. Αυτοί είναι:

- **Ο ρυθμός των αλληλεπιδράσεων:** προκειμένου να διατηρηθεί η θερμική ισορροπία ανάμεσα στα σωματίδια του αερίου, αυτά θα πρέπει να διατηρούν ένα σημαντικό ρυθμό αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Η συνθήκη για αυτό δίνεται από την ανισότητα

$$\Gamma \gg H, \quad (5.13)$$

όπου Γ ο ρυθμός των αλληλεπιδράσεων (reaction rate) και H η παράμετρος του Hubble. Εάν, παραδείγματος χάρη, ο ρυθμός διαστολής του σύμπαντος είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό των αλληλεπιδράσεων, τα σωματίδια δεν θα έχουν αρκετό χρόνο να αλληλεπιδράσουν, και η θερμική ισορροπία θα καταστραφεί οδηγώντας στην απομόνωση ολόκληρων ομάδων σωματιδίων.

- **Το κατώφλι μάζας:** ένα σωματίδιο θεωρείται ρελατιβιστικό όταν η μάζα ηρεμίας του είναι κατά πολύ μικρότερη από την κινητική του ενέργεια, η οποία καθορίζεται από την θερμοκρασία ολόκληρου του ρελατιβιστικού αερίου

$$m_i c^2 \ll k_B T. \quad (5.14)$$

Όπως όμως είπαμε παραπάνω, η θερμοκρασία του ρελατιβιστικού αερίου μειώνεται καθώς το σύμπαν διαστέλλεται. Όταν λοιπόν η θερμοκρασία μειωθεί τόσο ώστε να φτάσει στο “κατώφλι μάζας” $m_i c^2$, το σωματίδιο παύει να είναι ρελατιβιστικό και αποσυζεύγνυται από το υπόλοιπο αέριο. Από την στιγμή αυτή και μετά, το σωματίδιο αυτό γίνεται μέρος της συνηθισμένης ύλης και συμμετέχει πλέον στην πυκνότητα ενέργειας ρ_m .

Ας ξεκινήσουμε λοιπόν την μελέτη της εξέλιξης του σύμπαντος από τις πρώτες στιγμές της δημιουργίας του. Στα πλαίσια της κλασικής βαρύτητας αλλά και της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων, η μεγαλύτερη ενεργειακή κλίμακα που μπορούμε να συναντήσουμε³

³Η ενεργειακή κλίμακα του Planck ορίζεται ως η κλίμακα της ενέργειας όπου η ισχύς της κλασικής βαρύτητας σταματά, και μια πιο θεμελιώδης θεωρία (κβαντική βαρύτητα, θεωρίες υπερχορδών κτλ) είναι απαραίτητη για να περιγράψει το βαρυτικό πεδίο αλλά και τις υπόλοιπες αλληλεπιδράσεις - στην κλίμακα αυτή, η βαρυτική δύναμη γίνεται τόσο ισχυρή όσο και οι υπόλοιπες δυνάμεις της φύσης, και επομένως δεν μπορεί πλέον να αγνοηθεί ακόμα και στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ στοιχειωδών σωματιδίων. Η τιμή της ενεργειακής κλίμακας του Planck προκύπτει εάν εξισώσουμε το μήκος κύματος de Broglie ενός σωματιδίου \hbar/mc με το μισό της αντίστοιχης ακτίνας Schwarzschild Gm/c^2 .

είναι αυτή της ενέργειας του Planck, $M_P = \sqrt{\hbar c/G} \simeq 1.2 \times 10^{19}$ GeV. Η πρώτη εξίσωση Friedmann μας δίνει

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_r \sim \frac{T^4}{M_P^2} \Rightarrow H \sim \frac{T}{M_P} T. \quad (5.15)$$

Υποθέτοντας, λοιπόν, ότι η θερμοκρασία του σύμπαντος την στιγμή της δημιουργίας του (στην εποχή Planck, όπως λέγεται) είναι ίση με M_P , η παραπάνω σχέση μας λέει ότι ο αρχικός ρυθμός διαστολής του σύμπαντος είχε επίσης την μεγαλύτερη δυνατή τιμή. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα το σύμπαν να μην είναι σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας αμέσως μετά την δημιουργία του. Πολύ γρήγορα όμως η διαστολή του σύμπαντος οδήγησε σε μείωση της θερμοκρασίας και σε ακόμα μεγαλύτερη μείωση της τιμής του H , λόγω του συντελεστή T/M_P στην εξίσωση (5.15), κάνοντας τις συνθήκες για την δημιουργία κατάστασης θερμικής ισορροπίας ευνοϊκές.

Σύμφωνα με την φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων, όλα τα γνωστά σωματίδια έχουν μάζες ηρεμίας πολύ μικρότερες από την θερμοκρασία του ρελατιβιστικού αερίου στην αρχέγονη εποχή⁴. Επομένως όλα τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου (Standard Model) ανήκαν στο ρελατιβιστικό πλάσμα, και οι συγκεντρώσεις και πυκνότητες ενέργειάς τους δίνονται από τις Εξ. (5.8) και (5.9), με συνολικό αριθμό βαθμών ελευθερίας $g_{total} \simeq 100$. Όσο όμως η θερμοκρασία μειώνεται με την διαστολή του σύμπαντος, αναπόφευκτα, θα συναντήσει σταδιακά το κατώφλι μάζας για όλα τα σωματίδια του πλάσματος. Ένα προς ένα, λοιπόν, όλα τα σωματίδια, πρώτα τα βαρύτερα και μετά τα ελαφρύτερα, θα αποσυζευχθούν από το ρελατιβιστικό αέριο. Την στιγμή της αποσύζευξής τους, η συγκέντρωσή τους στο σύμπαν, n_i , θα είναι η ίδια με αυτή των υπόλοιπων σωματιδίων του αερίου. Όχι όμως για πολύ. Η συγκέντρωσή τους μετά την αποσύζευξη δίνεται από την έκφραση

$$n_i = g e^{-m_i c^2/k_B T} (2m_i k_B T)^{3/2}. \quad (5.16)$$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός των σωματιδίων ανά μονάδα όγκου του συγκεκριμένου είδους σωματιδίων θα υποστεί μια εκθετική μείωση, η οποία μάλιστα είναι τόσο πιο γρήγορη όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα του σωματιδίου. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην διαδικασία της εξάυλωσης μεταξύ σωματιδίων και αντισωματιδίων του αντίστοιχου είδους. Όσο το συγκεκριμένο είδος σωματιδίων ήταν μέρος του ρελατιβιστικού αερίου, τόσο η εξάυλωση όσο και η δημιουργία ζεύγους σωματιδίου-αντισωματιδίου ήταν εξίσου συχνή λόγω της μεγάλης θερμοκρασίας που επικρατούσε στο πλάσμα. Μετά την αποσύζευξή τους όμως, η δημιουργία ζεύγους σωματιδίων γίνεται ολόένα και πιο δύσκολη μια που η θερμοκρασία του αερίου έχει πέσει κάτω από το κατώφλι μάζας για το συγκεκριμένο σωματίδιο, $k_B T \ll m_i c^2$. Οι

⁴Στην πραγματικότητα, όλα τα σωματίδια (κουάρκς, λεπτόνια και διανυσματικά μποζόνια) είναι άμαζα, και επομένως εξ' ορισμού ρελατιβιστικά, μέχρι την ενεργειακή κλίμακα των 200 GeV, ή ισοδύναμα μέχρι $T \simeq 10^{15}$ K. Στο σημείο αυτό, σπάει η ηλεκτροσθενής συμμετρία και τα σωματίδια αποκτούν τις μάζες που παρατηρούμε στις χαμηλές ενέργειες.

εξαυλώσεις σωματιδίων θα συνεχιστούν έως ότου η διαστολή του σύμπαντος απομακρύνει αρκετά τα σωματίδια από τα αντισωματίδιά τους στο σύμπαν, και “παγώσει” τις συγκεντρώσεις τους στις σημερινές τιμές τους. Η πυκνότητα ενέργειάς τους μετά το τέλος της φάσης των εξαυλώσεων δίνεται από την έκφραση

$$\rho_i = n_i m_i c^2 \sim \frac{m_i c^2}{a^3}, \quad (5.17)$$

όπως αναμένεται για ένα μη ρελατιβιστικό σωματίδιο που αποτελεί μέρος της συνηθισμένης ύλης στο σύμπαν.

5.3 Ρελατιβιστικά Αέρια: Φωτόνια και Νετρίνα

Μετά το σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας στα 200 GeV και την δημιουργία μάζας για τα κουάρκ, λεπτόνια και διανυσματικά μποζόνια, επέρχεται πολύ γρήγορα μείωση των βαθμών ελευθερίας που περιέχονται στο ρελατιβιστικό αέριο. Στα 174 GeV, συναντούμε το πρώτο κατώφλι μάζας για το βαρύτερο κουάρκ, το top κουάρκ, το οποίο επομένως αποσυζεύγνυται από το πλάσμα. Ακολουθούν, στα 90 GeV, τα διανυσματικά μποζόνια των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων W^\pm και Z , και πολύ πιο χαμηλά, στα 4.7 GeV, το bottom κουάρκ. Μέχρι τα 130 MeV, όλα τα υπόλοιπα κουάρκ, καθώς και το tau λεπτόνιο, έχουν σταδιακά αποσυζευχθεί από το ρελατιβιστικό πλάσμα, είτε ως ελεύθερα σωματίδια είτε ως δέσμιες καταστάσεις (μεσόνια και αδρόνια), και ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας έχει μειωθεί από τους ~ 100 στους ~ 10 . Στο πλάσμα έχουν απομείνει τώρα μόνο τα φωτόνια, τα νετρίνα και τα e^- και μ^- λεπτόνια (καθώς και τα αντι-σωματίδιά τους) – για τον λόγο αυτό η εποχή από τα 130 MeV μέχρι τα 0.5 MeV ονομάζεται “εποχή των λεπτονίων” στην Κοσμολογία.

Όπως αναμένεται, το επόμενο λεπτόνιο, το μ^- με το αντισωματίδιό του αποσυζεύγονται στα 106 MeV ή ισοδύναμα σε $T = 10^{12}$ K. Και τότε συμβαίνει το αναπάντεχο: το ρελατιβιστικό αέριο αντί να χάσει το ηλεκτρόνιο στα 0.5 MeV, λίγο νωρίτερα, στα 0.9 MeV = 10^{10} K, χάνει τα νετρίνα! Αυτό δεν συμβαίνει φυσικά λόγω του ότι φτάσαμε στο κατώφλι μάζας των νετρίνων - η ενέργεια του πλάσματος είναι μεγαλύτερη από την μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου και επομένως πολύ μεγαλύτερη αυτής των νετρίνων. Ο λόγος είναι ότι ο ρυθμός των ασθενών αλληλεπιδράσεων, Γ_{EW} , μέσω των οποίων, αποκλειστικά και μόνο, τα νετρίνα αλληλεπιδρούν με την υπόλοιπη ύλη, πέφτει κάτω από τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος H . Για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, αλληλεπιδράσεις δηλαδή του τύπου

$$e^+ + e^- \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e, \quad e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e, \quad e^+ + \nu_e \rightarrow e^+ + \nu_e, \quad (5.18)$$

ο ρυθμός δίνεται από την έκφραση $\Gamma_{EW} = n \sigma_{EW} v$, όπου n και v είναι η συγκέντρωση και η ταχύτητα, αντίστοιχα, των σωματιδίων που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση, και

σ_{EW} η ενεργός διατομή σκέδασης της αλληλεπίδρασης. Από την φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων παίρνουμε ότι $\sigma_{EW} \sim G_F^2 T^2$, όπου G_F η σταθερά του Fermi με τιμή $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. Τότε, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\Gamma_{EW}}{H} \sim \frac{T^3 (G_F^2 T^2) c}{\sqrt{G} T^2} \sim \frac{G_F^2}{\sqrt{G}} T^3. \quad (5.19)$$

Ένας απλός αριθμητικός υπολογισμός μπορεί να μας δείξει ότι ενώ ο παραπάνω λόγος είναι μεγαλύτερος της μονάδας για $T > 10^{10} \text{ K}$, πέφτει κάτω από την μονάδα για $T < 10^{10} \text{ K}$. Αποτέλεσμα αυτού του γεγονότος είναι ότι οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παύουν να είναι ενεργές στο σύμπαν και τα νετρίνα απομονώνονται για πάντα από τα υπόλοιπα σωματίδια.

Μια που όμως συνεχίζουν να είναι ρελατιβιστικά, $k_B T > m_\nu c^2$, σχηματίζουν το δικό τους ρελατιβιστικό αέριο και χαρακτηρίζονται από την δική τους θερμοκρασία $T_\nu \sim 1/a$. Την στιγμή της αποσύζευξής τους από το πλάσμα, η θερμοκρασία T_ν είναι φυσικά ίση με την θερμοκρασία του υπόλοιπου ρελατιβιστικού αερίου, την οποία θα συμβολίζουμε από εδώ και πέρα με T_γ . Η ισορροπία όμως αυτή δεν κρατάει πολύ. Πολύ σύντομα, η θερμοκρασία T_γ πέφτει κάτω από τα $0.5 \text{ MeV} = 10^{9.7} \text{ K}$, και τα ηλεκτρόνια αποσυζεύγονται και αυτά. Κατά την φάση της εξαύλωσής τους, η ενέργεια που απελευθερώνεται απορροφάται μόνο από τα φωτόνια, που έτσι αυξάνουν λίγο την θερμοκρασία τους, ενώ η θερμοκρασία των νετρίνων συνεχίζει να μειώνεται λόγω της διαστολής του σύμπαντος.

Για να βρούμε την διαφορά που εμφανίζεται στην θερμοκρασία των δύο ρελατιβιστικών αερίων, θα χρησιμοποιήσουμε την αρχή της αδιαβατικής διαστολής του σύμπαντος, σύμφωνα με την οποία η συνολική εντροπία $S = sV$ παραμένει σταθερή – η ποσότητα s είναι εδώ η πυκνότητα εντροπίας. Ο πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής μπορεί να γραφεί ως εξής

$$dE = \frac{\partial E}{\partial V} dV + \frac{\partial E}{\partial T} dT = T dS - p dV = T \frac{\partial S}{\partial V} dV + T \frac{\partial S}{\partial T} dT - p dV. \quad (5.20)$$

Εξισώνοντας τους όρους που είναι ανάλογοι του dT οδηγούμαστε στην γνωστή σχέση της Θερμοδυναμικής $\partial E/\partial T = T \partial S/\partial T$. Κάνοντας το ίδιο για τους όρους που πολλαπλασιάζονται με dV και χρησιμοποιώντας επίσης ότι $E = \rho V$ και $S = sV$, παίρνουμε

$$s = \frac{\rho + p}{T} = \frac{4\rho}{3T}. \quad (5.21)$$

Στο τελευταίο μέλος της παραπάνω εξίσωσης χρησιμοποιήσαμε την καταστατική εξίσωση της ακτινοβολίας $p = \rho/3$.

Θα θεωρήσουμε τώρα δύο φάσεις στην ζωή του ρελατιβιστικού αερίου. Η πρώτη θα είναι αυτή λίγο πριν την αποσύζευξη των νετρίνων από το πλάσμα όταν η κοινή θερμοκρασία ήταν T_1 και ο συντελεστής κλίμακας a_1 . Τότε, μπορούμε να γράψουμε

$$s(a_1) = \frac{4}{3} \frac{\pi^2}{30} \left[2 + \frac{7}{8} (2 + 2 + 3 + 3) \right] T_1^3, \quad (5.22)$$

όπου συμπεριλάβαμε τους δύο μποζονικούς βαθμούς ελευθερίας του φωτονίου, και τους φερμιονικούς βαθμούς του ηλεκτρονίου, του ποζιτρονίου και των νετρίνων και αντι-νετρίνων των τριών γενεών. Μετά την αποσύζευξη και την εξαύλωση των ηλεκτρονίων, όταν η θερμοκρασία των ρελατιβιστικών αερίων είναι πλέον T_γ και T_ν και ο συντελεστής κλίμακας a_2 , θα έχουμε

$$s(a_2) = \frac{4}{3} \frac{\pi^2}{30} \left[2 T_\gamma^3 + \frac{7}{8} (3 + 3) T_\nu^3 \right]. \quad (5.23)$$

Η διατήρηση τότε της εντροπίας, $s(a_1) a_1^3 = s(a_2) a_2^3$, οδηγεί στο αποτέλεσμα

$$\frac{43}{4} (a_1 T_1)^3 = 2 \left[\left(\frac{T_\gamma}{T_\nu} \right)^3 + \frac{21}{8} \right] (a_2 T_\nu)^3 \Rightarrow \frac{T_\nu}{T_\gamma} = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} \simeq 0.71. \quad (5.24)$$

Παραπάνω, χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι σε μια αδιαβατική διαστολή το γινόμενο aT παραμένει σταθερό, και επομένως $(a_1 T_1) = (a_2 T_\nu)$. Όπως αναμενόταν, η θερμοκρασία των νετρίνων προκύπτει να είναι μικρότερη από αυτή των φωτονίων, με την διαφορά να οφείλεται στην ενέργεια της εξαύλωσης των ηλεκτρονίων. Από εδώ και πέρα, τα δύο αμιγή πλέον ρελατιβιστικά αέρια, των φωτονίων και των νετρίνων, συνεχίζουν την εξέλιξή τους στον χρόνο με την θερμοκρασία τους να μεταβάλλεται μόνο λόγω της διαστολής του σύμπαντος.

Το αέριο των φωτονίων αποτελούμενο από άμαζα σωματίδια θα πρέπει να έχει επιζήσει μέχρι σήμερα, η θερμοκρασία του όμως θα έχει μειωθεί σημαντικά μετά από 14 σχεδόν δισεκατομμύρια χρόνια διαστολής. Η ύπαρξη μιας ισοτροπικής ακτινοβολίας διάχυτης σε όλο το σύμπαν, απομεινάρια μιας εποχής όπου το σύμπαν ήταν πολύ μικρότερο, πυκνότερο και θερμότερο – απόδειξη επομένως του Big Bang μοντέλου – είχε προβλεφθεί από τον Gamow το 1946. Παρατηρήθηκε, σχεδόν 20 χρόνια αργότερα, το 1965 από τους Penzias και Wilson. Η ισοτροπική ακτινοβολία που ανακάλυψαν είχε μήκος κύματος στην περιοχή των μικροκυμάτων και ονομάστηκε Κοσμική Ακτινοβολία Υποβάθρου (Cosmic Microwave Background Radiation). Σημερινές, ακριβείς μετρήσεις της αντίστοιχης θερμοκρασίας δίνουν την τιμή

$$T_\gamma^0 = 2.725 \pm 0.002 \text{ K}. \quad (5.25)$$

Με βάση αυτή την πληροφορία, μπορούμε να υπολογίσουμε την πυκνότητα ενέργειας του ρελατιβιστικού αερίου των φωτονίων στο σύμπαν σήμερα. Αυτή θα δίνεται από την έκφραση

$$\rho_\gamma^0 = 2 \frac{\pi^2}{30} \frac{(k_B T_\gamma^0)^4}{(\hbar c)^3} = 4.64 \times 10^{-34} \text{ gr/cm}^3. \quad (5.26)$$

Υπενθυμίζουμε ότι η τιμή της κρίσιμης πυκνότητας του σύμπαντος σήμερα είναι

$$\rho_c \simeq 10^{-29} \text{ gr/cm}^3, \quad (5.27)$$

και ότι σύμφωνα με τις κοσμολογικές παρατηρήσεις, η συνολική πυκνότητα ενέργειας στο σύμπαν σήμερα είναι πάρα πολύ κοντά στην κρίσιμη αυτή τιμή: $\Omega_{total} = \rho_{total} / \rho_c = 1.0007$.

Η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας όμως στην σημερινή εποχή προκύπτει να είναι 5 τάξεις μεγέθους μικρότερη από την ρ_c και επομένως πραγματικά αμελητέα όπως υποθέσαμε αρκετές φορές μέχρι τώρα.

Παρ' όλη την μικρή τους συμμετοχή στην ολική πυκνότητα ενέργειας του σύμπαντος σήμερα, τα φωτόνια έχουν μια σημαντική αριθμητική παρουσία. Με χρήση της Εξ. (5.8) και της σημερινής θερμοκρασίας τους, μπορούμε να υπολογίσουμε την συγκέντρωσή τους στο σύμπαν σήμερα, η οποία προκύπτει να είναι

$$n_\gamma^0 = 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{(k_B T_\gamma^0)^3}{(\hbar c)^3} \simeq 411 \text{ cm}^{-3}, \quad (5.28)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε ότι $\zeta(3) = 1.202$. Κάθε κυβικό εκατοστό επομένως γύρω μας περιέχει 411 φωτόνια που έχουν απομείνει από την εποχή του αρχέγονου σύμπαντος και έχουν ταξιδέψει επί περίπου 14 δισεκατομμύρια χρόνια μέσα σε αυτό!

Εάν υποθέσουμε ότι και τα νετρίνα είναι άμαζα, τότε στο σύμπαν θα πρέπει να υπάρχει ένα δεύτερο ρελατιβιστικό αέριο με ελαφρώς χαμηλότερη θερμοκρασία. Μια που και τα δύο αέρια εξελίχθηκαν με τον χρόνο με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, η σχέση ανάμεσα στις θερμοκρασίες τους θα παραμένει η ίδια μέχρι σήμερα. Η θερμοκρασία λοιπόν του ρελατιβιστικού αερίου των νετρίνων θα πρέπει να είναι

$$T_\nu^0 = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma^0 = 1.94 \text{ K}, \quad (5.29)$$

και η πυκνότητα ενέργειας τους

$$\rho_\nu^0 = 6 \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} \frac{(k_B T_\nu^0)^4}{(\hbar c)^3} = 3.2 \times 10^{-34} \text{ gr/cm}^3. \quad (5.30)$$

Όπως αναμενόταν, η συμμετοχή της πυκνότητας ενέργειας των νετρίνων, εάν όντως είναι άμαζα, στην συνολική ενέργεια του σύμπαντος είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με αυτή των φωτονίων, και επομένως και αυτή αμελητέα. Όπως ακριβώς συμβαίνει και με τα φωτόνια, και τα νετρίνα έχουν μια σημαντική αριθμητική παρουσία στο σύμπαν σήμερα. Και πάλι με χρήση της Εξ. (5.8) και της σημερινής θερμοκρασίας τους, οδηγούμαστε στην συγκέντρωση

$$n_\nu^0 = 6 \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{(k_B T_\nu^0)^3}{(\hbar c)^3} \simeq 336 \text{ cm}^{-3}. \quad (5.31)$$

Κάθε κυβικό εκατοστό χώρου γύρω μας περιέχει, λοιπόν, εκτός από 411 αρχέγονα φωτόνια και 336 αρχέγονα νετρίνα (112 από κάθε γενιά)!

Εάν αντίθετα τα νετρίνα έχουν μάζα, και η θερμοκρασία τους έχει πέσει κάτω από το κατώφλι μάζας τους, τότε δεν είναι πλέον ρελατιβιστικά σωματίδια και η πυκνότητα ενέργειάς

τους θα δίνεται από την μη ρελατιβιστική έκφραση: $\rho_\nu = n_\nu m_\nu c^2$. Τα σύγχρονα πειραματικά δεδομένα, από το 1998 και μετά, δίνουν όντως $m_\nu \simeq 5 \times 10^{-2} \text{ eV}$. Η θερμοκρασία του αντίστοιχου αερίου σήμερα δίνεται από την τιμή της Εξ. (5.29) που ισοδυναμεί με $T \simeq 1.4 \times 10^{-4} \text{ eV}$, και επομένως είναι πολύ χαμηλότερη από το κατώφλι μάζας τους. Μήπως τότε η συμμετοχή τους στην ρ_{total} είναι πιο σημαντική; Μήπως είναι τόσο σημαντική ώστε να μπορούν να παίξουν τον ρόλο της σκοτεινής ύλης που λείπει από το σύμπαν; Δυστυχώς, ένας εύκολος υπολογισμός του ρ_ν σε αυτή την περίπτωση αρκεί να μας πείσει για το αντίθετο.

5.4 Νουκλεοσύνθεση και Βαρυογένεση

Ας επιστρέψουμε τώρα στα υπόλοιπα είδη σωματιδίων και στις πολύ σημαντικές διαδικασίες ‘σύνθεσης ύλης’ που έλαβαν χώρα την εποχή του Αρχέγονου σύμπαντος. Στα 300 MeV, οι ισχυρές δυνάμεις, που μέχρι τώρα δεν ήταν και τόσο ισχυρές⁵, αρχίζουν να “δένουν” τα μέχρι τώρα ελεύθερα κουάρκ και γλουόνια σε σύνθετα σωματίδια, τα αδρόνια. Λόγω της επιπλέον δυναμικής ενέργειας σύνδεσης, τα αδρόνια αποκτούν μεγάλες μάζες ηρεμίας και αποσυντίθενται από το ρελατιβιστικό πλάσμα. Στην διάρκεια της εποχής από τα 300 MeV μέχρι τα 130 MeV έχουμε τον σχηματισμό όλων των αδρονίων (βαρυονίων και μεσονίων) – για τον λόγο αυτό, η εποχή αυτή ονομάζεται “εποχή των αδρονίων” στην Κοσμολογία. Στα 130 MeV, η εποχή των αδρονίων τελειώνει με την αποσύνδεση του ελαφρύτερου αδρονίου, του μεσονίου π , και αρχίζει η εποχή των λεπτονίων όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Παρ’ όλο που δεν είναι πλέον μέρος του ρελατιβιστικού αερίου, τα αδρόνια συνεχίζουν να αλληλεπιδρούν με τα ρελατιβιστικά σωματίδια και να διατηρούν μια σημαντική κινητική ενέργεια. Για τον λόγο αυτό, το επόμενο βήμα της σύνθεσης πιο πολύπλοκων σωματιδιακών σχηματισμών, η Νουκλεοσύνθεση, στην διάρκεια της οποίας σχηματίζονται οι πυρήνες των ατόμων, πραγματοποιείται στα 0.1 MeV και όχι στο 1 MeV που είναι η τάξη μεγέθους της ενέργειας που κρατά δέσμια τα νουκλεόνια στους πυρήνες. Η νουκλεοσύνθεση οδηγεί στην δημιουργία των ελαφρύτερων στοιχείων στο σύμπαν. Ενεργειακά, είναι προτιμότερο για τα πρωτόνια να μείνουν ελεύθερα, αποτελώντας έτσι πυρήνες υδρογόνου ^1H και για τα νετρόνια να ενωθούν ανά δύο με άλλα δύο πρωτόνια και να σχηματίσουν πυρήνες ηλίου ^4He . Έτσι το 75% των νουκλεονίων σχηματίζουν ^1H , το 24% ^4He και το υπόλοιπο 1% αποτελείται από μικρότερες συγκεντρώσεις δευτέρου ^2H (D), ηλίου-3 ^3He και λίθιου ^7Li . Στο σημείο αυτό του περιοδικού πίνακα η νουκλεοσύνθεση σταματά: η ενέργεια του ρελατιβιστικού πλάσματος δεν επαρκεί πλέον για να τροφοδοτήσει τα νουκλεόνια με αρκετή ενέργεια ώστε

⁵Οι ισχυρές δυνάμεις για ενέργειες μεγαλύτερες των 300 MeV είναι ιδιαίτερα ασθενείς λόγω της ιδιότητας της “ασυμπτωτικής ελευθερίας” που τις χαρακτηρίζει. Σε χαμηλότερες ενέργειες όμως η ιδιότητα της “απομόνωσης” κυριαρχεί, και δεν επιτρέπει πλέον την ύπαρξη ελεύθερων κουάρκ και γλουονίων.

να σχηματιστούν βαρύτεροι πυρήνες. Όλα τα υπόλοιπα ατομικά στοιχεία που συναντούμε στην φύση σχηματίστηκαν στην διάρκεια των 14 δισεκατομμυρίων χρόνων στο εσωτερικό των αστέρων ως αποτέλεσμα των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων.

Οι προαναφερθείσες συγκεντρώσεις των ελαφρύτερων ατομικών στοιχείων αποτελούν τις προβλέψεις για τις “πρωταρχικές συγκεντρώσεις” τους (primordial abundancies) όπως προκύπτουν από το Καθιερωμένο Κοσμολογικό Πρότυπο που βασίζεται στο μοντέλο του Big Bang. Σύγκριση των παραπάνω προβλέψεων με τις πραγματικές συγκεντρώσεις των ελαφρών στοιχείων στο σύμπαν αποτελεί ταυτόχρονα και έλεγχο του Κοσμολογικού Προτύπου. Η συλλογή δεδομένων για την συγκέντρωση των στοιχείων αυτών δεν είναι πάντα εύκολη: οι σημερινές συγκεντρώσεις αντιστοιχούν όχι μόνο σε αυτές που δημιουργήθηκαν από την νουκλεοσύνθεση αλλά και στις μεταβολές λόγω των διαφόρων διεργασιών στο εσωτερικό των αστέρων. Για αυτό, η ανίχνευση των πρωταρχικών συγκεντρώσεων γίνεται με την μελέτη φασμάτων από περιοχές όπου δεν συμβαίνουν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις: αστρικές ατμόσφαιρες, μεσοαστρικές και μεσογαλαξιακές περιοχές, μετεωρίτες κτλ. Σύμφωνα με τις μετρήσεις αυτές, η πρωταρχική συγκέντρωση του ^4He είναι 23.4%, του $^2\text{H}/^1\text{H}$ της τάξης του 10^{-5} , του $^3\text{He}/^1\text{H}$ της τάξης του 10^{-5} , και του $^7\text{Li}/^1\text{H}$ της τάξης του 10^{-10} , ενώ το υπόλοιπο ποσοστό παραμένει σε μορφή υδρογόνου ^1H .

Χωρίς να μπορούμε σε λεπτομέρειες, μπορούμε να αναφέρουμε εδώ ότι οι πρωταρχικές συγκεντρώσεις όλων των ελαφρών στοιχείων εξαρτώνται από μία παράμετρο κυρίως: τον λόγο των βαρυονίων προς τα φωτόνια, $\eta = n_B/n_\gamma$ – ο λόγος αυτός έχει την ίδια τιμή από την εποχή της νουκλεοσύνθεσης μέχρι σήμερα μια που και οι δύο συγκεντρώσεις μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο από τότε, $n_i \sim 1/a^3$. Συγκρίνοντας τις θεωρητικές προβλέψεις με τις παρατηρούμενες τιμές, βρίσκουμε

$$\eta = (3.4 - 6.9) \times 10^{-10}. \quad (5.32)$$

Η παραπάνω τιμή μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την πυκνότητα της μη ρελατιβιστικής ή βαρυονικής ύλης στο σύμπαν σήμερα. Χρησιμοποιώντας την έκφραση για την πυκνότητα ενέργειας της συνηθισμένης ύλης, $\rho_B = n_B m_p$, βρίσκουμε τελικά ότι

$$\Omega_B = \frac{\rho_B}{\rho_c} = 0.023 - 0.048. \quad (5.33)$$

Σύμφωνα με το παραπάνω, τα βαρυόνια (και γενικά τα γνωστά στοιχειώδη σωματίδια) αντι-στοιχούν μόνο στο 2.3-4.8% της συνολικής ενέργειας του σύμπαντος! Η φύση του υπόλοιπου 95.2-97.7% παραμένει άγνωστη και αποτελείται, κατά πάσα πιθανότητα, από συνδυασμό σκοτεινής ύλης και σκοτεινής ενέργειας.

Όσα είπαμε για τον μηχανισμό δημιουργίας και την συγκέντρωση των βαρυονίων στο σύμπαν δεν είναι σε θέση να εξηγήσουν την κυριαρχία της ύλης επί της αντι-ύλης στο σύμπαν

σήμερα. Εάν n_B και $n_{\bar{B}}$ είναι η συγκέντρωση των βαρυονίων και αντιβαρυονίων, αντίστοιχα, και ο βαρυονικός αριθμός διατηρείται στο σύμπαν, τότε η ποσότητα $(n_B - n_{\bar{B}}) a^3$ παραμένει σταθερά στο σύμπαν. Υποθέτοντας ότι την στιγμή της αποσύζευξης των βαρυονίων από το ρελατιβιστικό πλάσμα έχουμε

$$n_B \simeq n_{\bar{B}} \simeq n_\gamma \propto T^3, \quad (5.34)$$

μπορούμε να γράψουμε για την ασυμμετρία βαρυονίων-αντιβαρυονίων

$$\frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_B + n_{\bar{B}}} \simeq \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{2n_\gamma} = \frac{(n_B - n_{\bar{B}}) a^3}{2n_\gamma^0} \simeq \frac{(n_B - n_{\bar{B}})_0 a_0^3}{2n_\gamma^0} \simeq \frac{n_B^0}{2n_\gamma^0} = \frac{\eta}{2} \simeq 10^{-9}. \quad (5.35)$$

Παραπάνω χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι η συγκέντρωση των αντι-βαρυονίων στο σύμπαν σήμερα είναι αμελητέα. Σύμφωνα λοιπόν με το παραπάνω αποτέλεσμα, η σημερινή ασυμμετρία ύλης-αντι-ύλης στο σύμπαν μπορεί να εξηγηθεί εάν για κάθε 10^9 αντι-βαρυόνια στο αρχέγονο σύμπαν υπήρχαν $10^9 + 1$ βαρυόνια. Ένας πρόσθετος μηχανισμός, η λεγόμενη βαρυογένεση, θα πρέπει να προστεθεί στην θεωρία για να εξηγηθεί η ασυμμετρία αυτή. Για να λάβει χώρα ένας τέτοιος μηχανισμός μέσα στο σύμπαν θα πρέπει να ισχύουν οι τρεις συνθήκες του Sakharov: (i) να υπάρχουν αντιδράσεις που παραβιάζουν τον βαρυονικό αριθμό B (και τον λεπτονικό αριθμό L , βεβαίως), (ii) να παραβιάζεται η C ή CP συμμετρία ώστε οποιαδήποτε αλλαγή του αριθμού των σωματιδίων να μην συνοδεύεται από αλλαγή του αριθμού των αντισωματιδίων, (iii) οι αντιδράσεις αυτές να πραγματοποιούνται εκτός θερμικής ισορροπίας αφού μια αρχική κατανομή με συμμετρία ύλης-αντι-ύλης θα έτεινε να παραμείνει ως τέτοια.

5.5 Η Ισοδυναμία Ύλης-Ακτινοβολίας

Μια πολύ σημαντική χρονική στιγμή στην ιστορία του σύμπαντος είναι το σημείο όπου οι πυκνότητες ενέργειας της ρελατιβιστικής και της συνηθισμένης ύλης γίνονται ίσες. Όπως είδαμε, παρ' όλο που η πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας κυριαρχεί στο αρχέγονο σύμπαν, η πτώση της θερμοκρασίας του ρελατιβιστικού αερίου λόγω της διαστολής του σύμπαντος και η σταδιακή απώλεια βαθμών ελευθερίας προκαλούν την μείωση της ποσότητας ρ_r . Αντίθετα, η ρ_m λόγω της ασθενέστερης εξάρτησης από τον συντελεστή κλίμακας και την ενσωμάτωση καινούριων ειδών σωματιδίων στην κατηγορία αυτή, αρχίζει σταδιακά να γίνεται σημαντική. Το σημείο όπου οι δύο πυκνότητες ενέργειας γίνονται ίσες ονομάζεται “σημείο ισοδυναμίας” (equilibrium point), και συμβολίζει το τέλος της εποχής της ακτινοβολίας και την αρχή της εποχής της συνηθισμένης ύλης.

Χρησιμοποιώντας την εξάρτηση των ρ_r και ρ_m από τον συντελεστή κλίμακας, μπορούμε να γράψουμε:

$$\frac{\rho_m(t)}{\rho_r(t)} \sim \frac{1/a^3}{1/a^4} = a(t) \Rightarrow \left(\frac{\rho_m}{\rho_r} \right)_{t_{eq}} \equiv 1 = \left(\frac{\rho_m}{\rho_r} \right)_0 \frac{a(t_{eq})}{a_0}. \quad (5.36)$$

Μια που $\rho_m/\rho_r = \Omega_m/\Omega_r$, το παραπάνω μας δίνει

$$\frac{a_0}{a(t_{eq})} = \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_r} \right)_0 = \frac{0.24}{4.6 \times 10^{-5}} \simeq 6850, \quad (5.37)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε ότι $\Omega_m^0 \simeq \Omega_{total}^0 - \Omega_{de}^0 \simeq 1 - 0.685 = 0.315$, σύμφωνα με την Εξ. (4.33). Γνωρίζοντας τον λόγο των συντελεστών κλίμακας ανάμεσα στην σημερινή εποχή και την εποχή της ισοδυναμίας μπορούμε να προσδιορίσουμε την τιμή της θερμοκρασίας του ρελατιβιστικού αερίου την χρονική στιγμή $t = t_{eq}$. Αυτή δίνεται από την έκφραση

$$T_{eq} = T_\gamma^0 \frac{a_0}{a(t_{eq})} = T_\gamma^0 (1 + z_{eq}) \simeq 1 \text{ eV}, \quad (5.38)$$

όπου $T_\gamma^0 = 2 \times 10^{-4} \text{ eV}$ σε μονάδες ενέργειας. Επομένως, τόσο η εποχή των αδρονίων όσο και η νουκλεοσύνθεση λαμβάνουν χώρα την εποχή της ακτινοβολίας. Η μόνη διαδικασία σύνθεσης ύλης σε μικροσκοπικό επίπεδο που πραγματοποιείται μετά την εποχή της ισοδυναμίας είναι η “επανένωση”⁶ (recombination) των πυρήνων με τα ηλεκτρόνια για την δημιουργία ατόμων που πραγματοποιείται στα $0.3 \text{ eV} \simeq 3500 \text{ K}$. Μέχρι αυτό το χρονικό σημείο, τα φωτόνια συνεχίζουν να σκεδάζονται από τα ηλεκτρικά φορτισμένα ηλεκτρόνια και να εμποδίζουν την δημιουργία ατόμων· μετά την πτώση της ενέργειάς τους όμως κάτω από τα 0.3 eV , τα φωτόνια δεν έχουν πλέον αρκετή ενέργεια για να ιονίσουν τα άτομα και οι αλληλεπιδράσεις με την συνηθισμένη ύλη σταματούν. Η ύλη γίνεται τότε “διαφανής” (transparent) για τα φωτόνια, και η τιμή του συντελεστή κλίμακας την στιγμή εκείνη ορίζει την “επιφάνεια της τελευταίας σκέδασης” (last scattering surface).

Τελειώνοντας, είναι ενδιαφέρον να αναφέρουμε την τιμή του κοσμικού χρόνου για ορισμένα σημεία-ορόσημα στην ιστορία του σύμπαντος, όπως το σημείο της ισοδυναμίας, η νουκλεοσύνθεση ή η δημιουργία των αδρονίων. Από την σχέση συντελεστή κλίμακας και χρόνου για την εποχή της συνηθισμένης ύλης παίρνουμε

$$\frac{a_0}{a(t_{eq})} = \left(\frac{t_0}{t_{eq}} \right)^{2/3} \Rightarrow t_{eq} = \frac{t_0}{(1 + z_{eq})^{3/2}} \simeq 24350 \text{ yrs}. \quad (5.39)$$

Σύμφωνα με το παραπάνω αποτέλεσμα το σύμπαν μας πέρασε μόνο μερικές δεκάδες χιλιάδες χρόνια, από τα δισεκατομμύρια που έχει ζήσει, στην εποχή της ακτινοβολίας. Ακόμα πιο εντυπωσιακό είναι το γεγονός ότι, χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη σχέση μεταξύ συντελεστή κλίμακας και χρόνου για την εποχή της ακτινοβολίας και λύνοντας ως προς τον χρόνο της δημιουργίας των αδρονίων, βρίσκουμε ότι αυτή είχε ολοκληρωθεί μέσα σε διάστημα 10^{-5} sec από την γέννηση του σύμπαντός μας. Παρόμοια, βρίσκουμε ότι η νουκλεοσύνθεση έλαβε

⁶Ο όρος είναι οπωσδήποτε όχι ο καταλληλότερος: ποτέ πριν στην ιστορία του σύμπαντος δεν υπήρξαν άτομα τα οποία ενδεχομένως διαλύθηκαν στα συστατικά τους και τώρα επανενώνονται. Επομένως, ο όρος “ένωση” θα ήταν απείρως ακριβέστερος από τον όρο “επανένωση”.

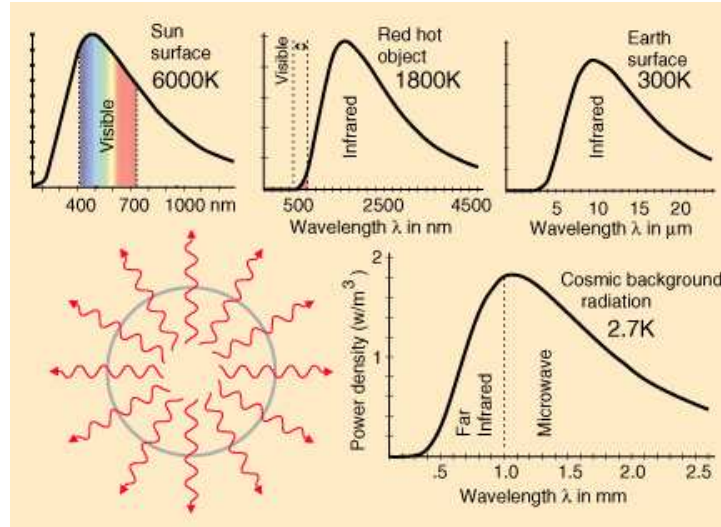
χώρα σε χρόνο $t_{BBN} \simeq 2 \text{ min}$. Μέσα σε ένα εξαιρετικά μικρό χρονικό διάστημα, επομένως, από την γέννηση του σύμπαντός μας, οι πρωταρχικές συγκεντρώσεις των ελαφρών στοιχείων – η βάση για την δημιουργία όλων όσων βλέπουμε γύρω μας συμπεριλαμβανομένων και των εαυτών μας – είχαν ήδη διαμορφωθεί.

5.6 Η Κοσμική Ακτινοβολία Υποβάθρου

Η τελευταία φορά που το αρχέγονο ρελατιβιστικό αέριο των φωτονίων αλληλεπίδρασε με την ύλη ήταν λίγο πριν την επανένωση των πυρήνων με τα ηλεκτρόνια και την δημιουργία των ατόμων. Από το χρονικό αυτό σημείο – που μπορούμε, ακολουθώντας την μέθοδο της προηγούμενης παραγράφου, να βρούμε ότι αντιστοιχεί σε χρόνο $t \simeq 250000 \text{ yrs}$ – και μέχρι την σημερινή εποχή, τα φωτόνια ταξίδεψαν ανενόχλητα μέσα στο σύμπαν. Η μόνη αλλαγή που τα επηρέασε ήταν η διαστολή του σύμπαντος, που προκάλεσε την ομοιογενή πτώση της θερμοκρασίας τους σε λιγότερο από 3 βαθμούς Kelvin πάνω από το απόλυτο μηδέν σήμερα. Η ανίχνευση λοιπόν της ακτινοβολίας αυτής είναι σε θέση να μας δώσει την εικόνα του σύμπαντος όπως αυτό ήταν περισσότερο από 13 δισεκατομμύρια χρόνια πριν.

Η πυκνότητα ενέργειας και η συγκέντρωση των φωτονίων σήμερα δίνονται από τις Εξ. (5.26) και (5.28), αντίστοιχα. Όπως είδαμε, οι εκφράσεις αυτές προκύπτουν με ολοκλήρωση των αρχικών κατανομών ανά μονάδα ορμής ή συχνότητας $dp = h \, dv/c$, Εξ. (5.2) και (5.3), ως προς p . Οι κατανομές αυτές έχουν την γνωστή μορφή της κατανομής μέλανος σώματος, που δίνεται στο Σχ. 14. Η κορυφή της κατανομής αντιστοιχεί στην τιμή $\nu_{max} \simeq 2.8 k_B T/h$, με τα περισσότερα φωτόνια να έχουν ενέργειες γύρω από την τιμή αυτή. Όσο περνάει ο χρόνος, το σύμπαν διαστέλλεται και η συγκέντρωση των φωτονίων στο σύμπαν μειώνεται. Επιπλέον, η διαστολή του σύμπαντος, μέσω της μετατόπισης προς το ερυθρό, μειώνει και την συχνότητά τους. Έτσι, η καμπύλη του μέλανος σώματος σταδιακά χαμηλώνει και μετατοπίζεται προς μικρότερες συχνότητες.

Όπως είπαμε, η ακτινοβολία υποβάθρου χαρακτηρίζεται από μια κοινή θερμοκρασία T , την θερμοκρασία του φωτονικού αερίου. Κάνοντας μετρήσεις της θερμοκρασίας της ακτινοβολίας υποβάθρου, όπως αυτή φτάνει στην Γη από διαφορετικές διευθύνσεις, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα χάρτη του ουρανού. Σε ακρίβεια 10^{-3} K , ο χάρτης αυτός είναι τελείως ομοιόμορφος, και επομένως συμπεραίνουμε ότι η ακτινοβολία υποβάθρου είναι ισοτροπική – αυτή ήταν η ακρίβεια με την οποία μέτρησαν την ακτινοβολία CMB οι Penzias και Wilson το 1964. Το 1992, όμως, ο δορυφόρος COBE μέτρησε την κατανομή της θερμοκρασίας στον ουρανό με ακρίβεια 10^{-6} K και βρήκε ότι η ακτινοβολία CMB δεν είναι τελείως ισοτροπική αλλά παρουσιάζει μεταβολές της τάξης του $\Delta T/T \simeq 10^{-5} \text{ K}$ ανάλογα με την διεύθυνση άφιξης της ακτινοβολίας στην Γη. Σημερινές μετρήσεις, πολύ μεγαλύτερης ακρίβειας, της κατανομής θερμοκρασιών στο φάσμα της ακτινοβολίας CMB από τον δορυφόρο WMAP



Σχήμα 14: Το φάσμα κατανομής ενεργειών του φωτονικού αερίου στο σύμπαν και η εξέλιξή του στον χρόνο.

σχημάτισαν την εικόνα που φαίνεται στο Σχήμα 15.

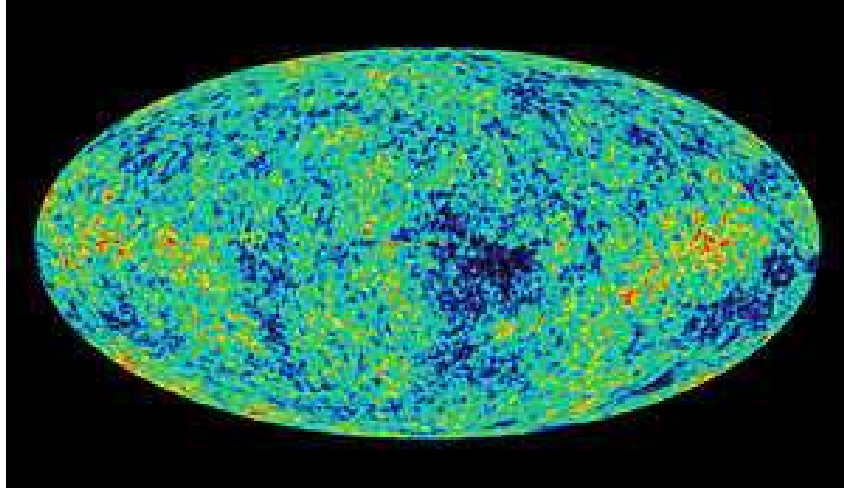
Οι ανισοτροπίες της ακτινοβολίας CMB οφείλονται στην συνδυασμένη δράση της βαρυτικής δύναμης και της πίεσης ακτινοβολίας πάνω στο ρελατιβιστικό αέριο: οι βαρυτικές δυνάμεις τείνουν να το συμπιέσουν και η πίεση της ακτινοβολίας να το αποσυμπιέσει. Το αποτέλεσμα είναι να δημιουργηθούν τοπικά περιοχές με μικρή πυκνότητα αερίου και περιοχές με μεγαλύτερη πυκνότητα αερίου, κι έτσι περιοχές με μικρότερη ή μεγαλύτερη θερμοκρασία. Η δημιουργία αυτών των περιοχών άφησε το αποτύπωμά της πάνω στη ακτινοβολία υποβάθρου, και αποτέλεσαν τις διαταραχές στην κατανομή ενέργειας που οδήγησαν πολύ αργότερα στον σχηματισμό δομών σε μεγάλη κλίμακα (large-scale structure), στον σχηματισμό δηλαδή των γαλαξιών.

Το “γωνιακό φάσμα”, όπως λέγεται, της ανισοτροπίας θερμοκρασίας του CMB μπορεί να μελετηθεί εάν οι μικρές αυτές μεταβολές αναπτυχθούν χρησιμοποιώντας ως βάση τις σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις, που εξαρτώνται μόνο από τις γωνίες (θ, φ) ,

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)(\theta, \varphi) = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (5.40)$$

όπου οι συντελεστές a_{lm} είναι αυτοί που περιέχουν όλη την πληροφορία για την γωνιακή εξάρτηση της θερμοκρασίας. Συναρτήσεις αυτών, ορίζουμε τους συντελεστές

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_m |a_{lm}|^2, \quad (5.41)$$



Σχήμα 15: Η εικόνα του ουρανού στην περιοχή των μικροκυμάτων και η παρατηρούμενη ανισοτροπία της ακτινοβολίας υποβάθρου (CMB) σύμφωνα με τον δορυφόρο WMAP.

οι οποίοι αποτελούν την μέση τιμή των a_{lm} ως προς τον χβαντικό αριθμό m , και εξαρτώνται επομένως μόνο από τον χβαντικό αριθμό l του μερικού κύματος.

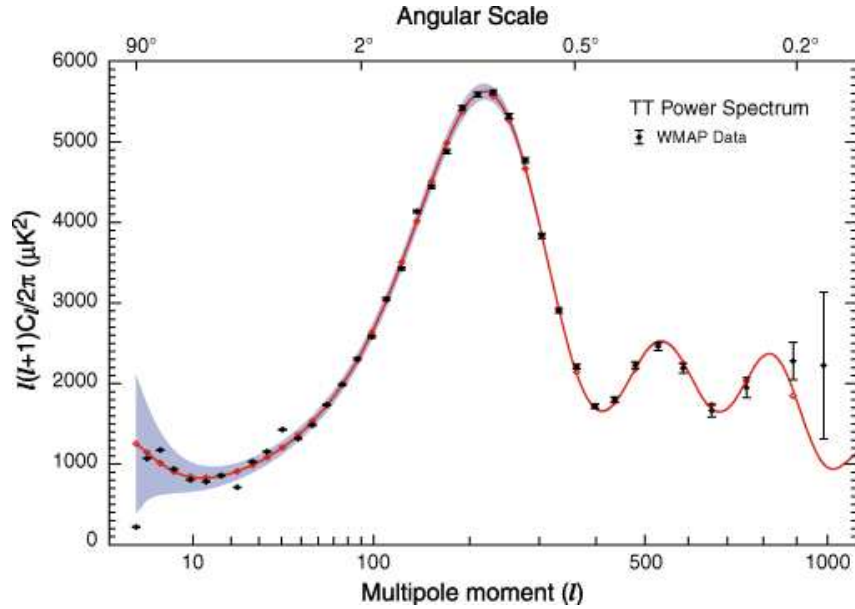
Σύγκριση των παρατηρήσεων με την θεωρία σκοπό έχει να προσδιορίσει με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια τους συντελεστές C_l και επομένως το γωνιακό φάσμα των ανισοτροπιών θερμοκρασίας. Μια τέτοια προσπάθεια με δεδομένα από τον δορυφόρο WMAP δίνεται στο Σχ. 16. Μάλιστα, το φάσμα αυτό αποδεικνύεται να είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο σε ένα μεγάλο αριθμό κοσμολογικών παραμέτρων, και επομένως να αποτελεί μια πλούσια πηγή πληροφοριών για αυτές. Παραδείγματος χάρη, μπορεί να δείξει κανείς ότι εάν ξέρουμε το πραγματικό μέγεθος Δs ενός αντικειμένου στο σύμπαν, αυτό συνδέεται με την φαινομενική γωνιακή απόσταση $\Delta\theta$ μέσω της σχέσης

$$\Delta\theta = (1 + z_s) \frac{\Delta s}{d}, \quad (5.42)$$

όπου

$$d = a(t_0) \begin{cases} \sin \chi, & (\text{κλειστό}) \\ \chi, & (\text{επίπεδο}) \\ \sinh \chi, & (\text{ανοιχτό}) \end{cases} \quad (5.43)$$

είναι η φυσική ακτινική απόσταση του αντικειμένου αυτού. Ανάλογα με την τοπολογία του σύμπαντος – πληροφορία που υπεισέρχεται στο d – η γωνιακή απόσταση του αντικειμένου θα είναι διαφορετική: για ένα επίπεδο, π.χ., σύμπαν, το $\Delta\theta$ θα είναι μεγαλύτερο απ' ότι για ένα ανοιχτό σύμπαν. Ανάπτυξη σε μερικά κύματα, θα οδηγήσει μέσω της σχέσης $\theta \simeq \pi/l$ στην εμφάνιση του αντικειμένου αυτού σε μικρότερες τιμές του χβαντικού αριθμού l στο



Σχήμα 16: Το γωνιακό φάσμα των ανισοτροπιών θερμοκρασίας της ακτινοβολίας υποβάθρου με δεδομένα από τον δορυφόρο WMAP.

γωνιακό φάσμα. Η θέση της πρώτης κορυφής ($l \simeq 200$), επομένως, στο γωνιακό φάσμα της CMB μπορεί να μας δώσει πληροφορίες για την τοπολογία του σύμπαντος και επομένως για το Ω_{total} , το οποίο προκύπτει να έχει την τιμή $\Omega_{total} = 1.0007$, που αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να αντλήσουμε πληροφορίες και για άλλες κοσμολογικές παραμέτρους. Το φάσμα εξαρτάται προφανώς από την συνολική ελκτική δύναμη που ασκείται στο πλάσμα και επομένως από την συγκέντρωση της συνηθισμένης ύλης στο σύμπαν: το ύψος της πρώτης κορυφής είναι αντιστρόφως ανάλογο της ποσότητας αυτής, και δίνει $\Omega_m = 0.315 \pm 0.017$. Επίσης, η διαφορά ύψους ανάμεσα στην πρώτη και δεύτερη κορυφή μπορεί να μας δώσει πληροφορίες για την συγκέντρωση της βαρυονικής ύλης στο σύμπαν, η οποία προκύπτει να έχει την τιμή $\Omega_B = 0.0499 \pm 0.0022$, σε συμφωνία με το αποτέλεσμα που παίρνουμε από την συγκέντρωση των ελαφρών στοιχείων. Η τιμή του Ω_{de} τέλος προκύπτει να είναι $\Omega_{de} = \Omega_{total} - \Omega_m = 0.685 \pm 0.017$.

Κλείνουμε την παράγραφο με ένα τελευταίο σχόλιο: όλα τα παραπάνω αποτελέσματα δεν αποτελούν τον μοναδικό συνδυασμό που έρχεται σε συμφωνία με τα παρατηρησιακά δεδομένα. Όπως και στην περίπτωση της παραμέτρου επιβράδυνσης, έτσι κι εδώ, η κατάσταση χαρακτηρίζεται από ένα μεγάλο βαθμό εκφυλισμού, με παραπάνω από ένα σεντ παραμέτρων να ικανοποιούν τους περιορισμούς των παρατηρήσεων.

