

6 ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ: Το Πληθωριστικό Σενάριο

6.1 Προβλήματα του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Προτύπου

Το Καθιερωμένο Κοσμολογικό Μοντέλο έχει να επιδείξει μερικές πολύ σημαντικές επιτυχίες: την επιτυχημένη ενσωμάτωση της διαστολής του σύμπαντος και του προσεγγιστικού νόμου του Hubble, την πρόβλεψη της ύπαρξης ενός σχεδόν ισοτροπικού αρχέγονου φωτονικού αερίου, αλλά και των συγκεντρώσεων των ελαφρών ατομικών στοιχείων που διαμορφώθηκαν την εποχή της Νουκλεοσύνθεσης. Δεν αποτελεί βέβαια ακόμα μια ολοκληρωμένη θεωρία που είναι σε θέση να προσφέρει απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα κοσμολογικής φύσεως - το σημαντικότερο πρόβλημα σήμερα είναι προφανώς η φύση του 95% της συνολικής ενέργειας του σύμπαντος που παραμένει “σκοτεινή”. Αισθανόμαστε όμως αρκετά βέβαιοι ότι το Καθιερωμένο Κοσμολογικό Μοντέλο αποτελεί την βάση πάνω στην οποία θα χτιστεί η Τελική Κοσμολογική Θεωρία.

Υπάρχουν όμως και ορισμένα πρόσθετα προβλήματα, λιγότερο ίσως προφανή από την φύση της σκοτεινής ύλης και της σκοτεινής ενέργειας, τα οποία όμως έχουν κατά καιρούς απασχολήσει πολύ σοβαρά τους Κοσμολόγους. Παρακάτω θα αναφερθούμε στο καθένα ξεχωριστά, και στις επόμενες παραγράφους θα στραφούμε στο μοντέλο που έδωσε την λύση στα προβλήματα αυτά και που σήμερα θεωρείται σημαντικό κομμάτι της Κοσμολογίας, το πληθωριστικό σενάριο ή inflation.

6.1.1 Το πρόβλημα της επιπεδότητας ή της εντροπίας του σύμπαντος

Στην Αρχέγονη εποχή, όπως έχουμε αναφέρει αρκετές φορές μέχρι τώρα, ο όρος της καμπυλότητας του σύμπαντος $-k/a^2$ είναι πραγματικά αμελητέος, και το σύμπαν μπορεί να θεωρηθεί, χωρίς μεγάλο σφάλμα, ότι είναι επίπεδο με $k = 0$. Σε μεγάλους χρόνους, όμως, αναμένουμε ότι ο όρος της καμπυλότητας θα είναι σημαντικός και ότι θα προκαλέσει αποκλίσεις από την τιμή αυτή. Από την πρώτη εξίσωση Friedmann μπορούμε να γράψουμε

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{total} - \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \left(\frac{\rho_{total}}{\rho_c} \right) - \frac{k}{a^2}, \quad (6.1)$$

το οποίο μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως εξής

$$\Omega_{total} = 1 + \frac{k}{a^2 H^2} = 1 + \frac{k}{(8\pi G/3) (\rho_0/a^{1+3w}) - k}. \quad (6.2)$$

Πραγματικά, όταν $a \rightarrow 0$, $\Omega_{total} \simeq 1 + \mathcal{O}(a^{1+3w}) \simeq 1$, για $w = 0$ ή $w = 1/3$, και έτσι το αρχέγονο σύμπαν μπορεί πραγματικά να θεωρείται επίπεδο. Για μεγάλες όμως τιμές του a , θα έχουμε

$$\Omega_{total}(t) \simeq \begin{cases} 1 - \frac{1}{1} = 0 & \text{εάν } k = -1 \\ 1 & \text{εάν } k = 0 \\ 1 + \frac{1}{1-1} \rightarrow \infty & \text{εάν } k = +1. \end{cases} \quad (6.3)$$

Αν εξαιρέσουμε λοιπόν την περίπτωση που το σύμπαν γεννήθηκε πραγματικά επίπεδο – οπότε ισχύει $k = 0$ κάθε χρονική στιγμή – σήμερα, 14 σχεδόν δισεκατομμύρια χρόνια μετά την δημιουργία του σύμπαντος, η τιμή της παραμέτρου Ω_{total} θα έπρεπε να έχει απομακρυνθεί κατά πολύ από την μονάδα. Και όμως, από τα παρατηρησιακά δεδομένα παίρνουμε ότι $\Omega_{total}^0 = 1.0007$ και επομένως $(\Omega_{total} - 1)_0 \simeq 7 \times 10^{-4}$. Γιατί συμβαίνει αυτό;

Εάν το παραπάνω δεν φαίνεται να αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα για την Κοσμολογία, ας προσπαθήσουμε να το επαναδιατυπώσουμε. Παρ' όλο που, όπως έχουμε πεί, η απόλυτη τιμή του συντελεστή κλίμακας δεν μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της θεωρίας, στην πράξη αυτό μπορεί να γίνει με την βοήθεια των παρατηρησιακών δεδομένων. Στην περίπτωση που $k \neq 0$ μπορούμε να γράψουμε

$$(\Omega_{total} - 1)_0 = \frac{k}{a_0^2 H_0^2} \Rightarrow a_0 = \frac{1}{H_0} \frac{1}{\sqrt{|(\Omega_{total} - 1)_0|}} = 5 \times 10^{27} \text{ m}. \quad (6.4)$$

Εάν πάμε πίσω στην εποχή του αρχέγονου σύμπαντος, μπορούμε επίσης να γράψουμε

$$(\Omega_{total} - 1)_t = \frac{k}{a^2 H^2} = k / \left(a^2 \frac{8\pi G}{3} g_{total} \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{30 (\hbar c)^3} \right) = \frac{90k}{8\pi^3 g_{total}} \left(\frac{M_P}{T} \right)^2 \frac{1}{(a T)_t^2}. \quad (6.5)$$

Όπως μπορούμε πολύ εύκολα να βρούμε, μέσω της σχέσης $(aT)_t = (aT)_{t_0}$,

$$(aT)_{t_0} = (5 \times 10^{27} \text{ m}) (2.725 \text{ K}) \frac{k_B}{\hbar c} = 6 \times 10^{30}, \quad (6.6)$$

και επομένως

$$(\Omega_{total} - 1)_t = \frac{4.9k}{g_{total}} \left(\frac{M_P}{T} \right)^2 \times 10^{-62}. \quad (6.7)$$

Παρουσιάζει πραγματικά μεγάλο ενδιαφέρον το να θέσουμε ορισμένες δοκιμαστικές τιμές στην θερμοκρασία του σύμπαντος, και στον αντίστοιχο αριθμό των βαθμών ελευθερίας που περιέχονται στο ρελατιβιστικό αέριο, για να δούμε πόσο μακριά από την μονάδα ήταν την εποχή εκείνη η παράμετρος Ω_{total} . Για $T \simeq 1 \text{ MeV}$ και $g_{total} \simeq 10$, βρίσκουμε ότι $(\Omega_{total} - 1) \simeq 10^{-18}$, ενώ για $T \simeq 10^{18} \text{ GeV}$ και $g_{total} \simeq 100$, βρίσκουμε ότι $(\Omega_{total} - 1) \simeq 10^{-61}$. Εάν λοιπόν δεχθούμε ότι το σύμπαν δεν είναι επίπεδο, τότε οι αρχικές συνθήκες του σύμπαντος επιλέχτηκαν με τρομερά μεγάλη ακρίβεια (από ποιον μηχανισμό;) ώστε να έχουμε σήμερα $(\Omega_{total} - 1) = 0.0007$.

Το παραπάνω πρόβλημα συνδέεται και με το λεγόμενο πρόβλημα της εντροπίας του σύμπαντος. Εάν υπολογίσουμε την πυκνότητα εντροπίας για το ρελατιβιστικό αέριο των φωτονίων σήμερα, βρίσκουμε

$$s_\gamma^0 = \frac{4\rho_\gamma}{3T_\gamma} \Rightarrow s_\gamma^0/k_B = 1476 \text{ cm}^{-3}. \quad (6.8)$$

Παρακάμπτοντας το γεγονός ότι τα νετρίνα έχουν μια πολύ μικρή μάζα, μπορούμε να προσθέσουμε στο παραπάνω την πυκνότητα εντροπίας και των νετρίνων

$$s_\nu^0 = \frac{4\rho_\nu}{3T_\nu} \Rightarrow s_\nu^0/k_B = 1415 \text{ cm}^{-3}, \quad (6.9)$$

δίνοντας ως αποτέλεσμα για την πυκνότητα εντροπίας συνολικά του ρελατιβιστικού αερίου στο σύμπαν σήμερα τον ακόλουθο αριθμό

$$s_{rel}^0/k_B = 2890 \text{ cm}^{-3} \Rightarrow S_{rel}^0 = s_{rel}^0 a_0^3 = 3.6 \times 10^{91}, \quad (6.10)$$

που είναι ένας τρομερά μεγάλος αριθμός. Αν λοιπόν δεχθούμε ότι η διαστολή του σύμπαντος είναι αδιαβατική και ότι η παραπάνω εντροπία υπάρχει στο σύμπαν από τις πρώτες στιγμές της δημιουργίας του, γιατί το σύμπαν δημιουργήθηκε με τόσο μεγάλη εντροπία; Ακόμα και αν αγνοήσουμε την συνεισφορά των νετρίνων, το πρόβλημα παραμένει, και η μόνη αλλαγή είναι η διαίρεση του συντελεστή 3.3 με το 2.

6.1.2 Το πρόβλημα του ορίζοντα

Πριν να αναφερθούμε με λεπτομέρεια στο πρόβλημα αυτό, ας ορίσουμε πρώτα τον ορίζοντα $d_H(t)$ ενός σωματιδίου. Η ποσότητα αυτή ορίζεται σαν η απόσταση που ένα σωματίδιο διένυσε από την στιγμή $t = 0$ της Αρχικής Ανωμαλίας μέχρι τον κοσμικό χρόνο t , και δίνεται από την έκφραση

$$d_H(t) = a(t) \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - kr'^2}} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (6.11)$$

Στο δεύτερο μέλος της παραπάνω εξίσωσης χρησιμοποιήσαμε την σχέση $ds^2 = 0$ που ισχύει για τα φωτόνια, τα οποία είναι άλλωστε και τα γρηγορότερα κινούμενα σωματίδια μέσα στο σύμπαν. Αν θεωρήσουμε την περίπτωση που το σύμπαν είναι γεμάτο είτε από ακτινοβολία είτε από συνηθισμένη ύλη, θα πάρουμε

$$\begin{aligned} d_H(t) &= t^{2/3(1+w)} \int_0^t \frac{dt'}{t'^{2/3(1+w)}} = \frac{3(1+w)}{3(1+w) - 2} t \\ &= \begin{cases} 2t = \frac{1}{H} & \text{για } w = 1/3 \text{ (εποχή ακτινοβολίας)} \\ 3t = \frac{2}{H} & \text{για } w = 0 \text{ (εποχή ύλης)} \end{cases}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Επομένως σήμερα ο ορίζοντας θα είναι:

$$d_H(t_0) = \frac{2}{H_0} = \frac{2 \text{ Mpc}}{67.3 \text{ Km/sec}} \simeq 8900 \text{ Mpc} = 2.7 \times 10^{26} \text{ m}. \quad (6.13)$$

Παρατηρούμε ότι ο ορίζοντας των φωτονίων σήμερα είναι μικρότερος από την τιμή του συντελεστή κλίμακας που δίνεται στην Εξ. (6.4). Από το γεγονός αυτό συμπεραίνουμε ότι τα φωτόνια που υπάρχουν μέσα στο σύμπαν έχουν καλύψει μέχρι τώρα ένα μόνο μέρος του σύμπαντος – αυτό είναι το “ορατό μέρος” του σύμπαντος ή το μέρος του σύμπαντος που βρίσκεται σε “αιτιατή επαφή” (causal contact).

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η εποχή της επανένωσης αντιστοιχεί σε θερμοκρασία $T_{rec} = 0.3 \text{ eV} \simeq 3500 \text{ K}$, και έλαβε χώρα σε χρόνο $t_{rec} \simeq 250000 \text{ yrs}$. Ο ορίζοντας των φωτονίων την εποχή εκείνη ήταν

$$d_H(t_{rec}) = 2t_{rec} c \simeq 5 \times 10^{21} \text{ m}. \quad (6.14)$$

Με τον ίδιο τρόπο, όπως και παραπάνω, ο όγκος $V_H \sim d_H^3(t_{rec})$ περιγράφει τον όγκο του σύμπαντος που βρισκόταν σε αιτιατή επαφή της εποχής της επανένωσης.

Ένα σημαντικό, όπως αποδεικνύεται, ερώτημα είναι τι κομμάτι του σύμπαντος την εποχή της επανένωσης κάλυπτε ο σημερινός ορίζοντας $d_H(t_0)$. Θεωρώντας τον σημερινό ορίζοντα

σαν ένα συνηθισμένο μήκος του οποίου η φυσική τιμή εξαρτάται μόνο από τον συντελεστή κλίμακας, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{d_H(t_0)}{d_H^0(t_{rec})} = \frac{a(t_0)}{a(t_{rec})} \Rightarrow d_H^0(t_{rec}) = d_H(t_0) \frac{T_0}{T_{rec}} \simeq 2 \times 10^{23} \text{ m}. \quad (6.15)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα οδηγεί στο εξής παράδοξο: εάν θεωρήσουμε τον λόγο των δύο όγκων που προκύπτουν με χρήση των Εξ. (6.14) και (6.15)

$$\frac{V_H^0(t_{rec})}{V_H(t_{rec})} = \left(\frac{d_H^0(t_{rec})}{d_H(t_{rec})} \right)^3 \simeq 1.4 \times 10^5, \quad (6.16)$$

συμπεραίνουμε ότι ο όγκος που βρισκόταν σε αιτιατή επαφή την εποχή της επανένωσης ήταν πολύ μικρότερος από τον όγκο που μέσω της διαστολής οδήγησε στο σημερινό κομμάτι του σύμπαντος που βρίσκεται σε αιτιατή επαφή. Ισοδύναμα, το σημερινό σύμπαν που βρίσκεται σε αιτιατή επαφή, προήλθε από 10^5 περιοχές που την εποχή της επανένωσης δεν βρίσκονταν σε αιτιατή επαφή μεταξύ τους. Το συμπέρασμα αυτό δεν θα δημιουργούσε μεγάλο πρόβλημα στην Κοσμολογία⁷ εάν δεν υπήρχε η ισοτροπική ακτινοβολία υποβάθρου που περιγράφει την κατάσταση του σύμπαντος την εποχή ακριβώς της επανένωσης: εάν η ακτινοβολία που λαμβάνουμε σήμερα από όλες τις δυνατές κατευθύνσεις προήλθε από 10^5 περιοχές σε μη αιτιατή επαφή, πώς είναι δυνατόν να χαρακτηρίζονται όλες από την ίδια ακριβώς θερμοκρασία με ακρίβεια 10^{-5} ;

6.1.3 Το πρόβλημα των μαγνητικών μονόπολων

Σύμφωνα με την φυσική των Στοιχειωδών Σωματιδίων, σε ενέργειες μεγαλύτερες των 10^{16} GeV, όλες οι αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων περιγράφονται από μια Μεγαλο-Ενοποιημένη Θεωρία (GUT) που χαρακτηρίζεται από μία και μόνο συμμετρία ομάδας. Τέτοιες συνθήκες επικρατούσαν στο σύμπαν τα πρώτα “δέκατα” του δευτερολέπτου μετά την δημιουργία του. Όταν όμως η διαστολή του σύμπαντος προκάλεσε την πτώση της ενέργειας και η θερμοκρασία έφτασε τα $T_X = 10^{16}$ GeV, η GUT ομάδα συμμετρίας “έσπασε” στην ομάδα συμμετρίας του Καθιερωμένου Προτύπου των Στοιχειωδών σωματιδίων. Αυτό έγινε όταν ένα βαθμωτό σωματίδιο της θεωρίας, το σωματίδιο Higgs, απέκτησε μια μη μηδενική αναμενόμενη τιμή, και μάλιστα επέλεξε μία από τις δύο ισοδύναμες τέτοιες τιμές, $\Phi = \pm\Phi_0$. Σε ένα όμως σύμπαν που, όσο πηγαίνουμε προς το παρελθόν, ανακαλύπτουμε ότι αποτελείται από συνεχώς περισσότερες περιοχές σε μη αιτιατή επαφή, δεν μπορεί προφανώς να δικαιολογηθεί η ταυτόχρονη επιλογή μιας μόνο εκ των δύο διαθέσιμων τιμών του Φ σε όλη την έκτασή του. Η επιλογή της

⁷Τα φυσικά μήκη αυξάνονται σαν $\sim t^{1/2}$ ή $\sim t^{2/3}$ ενώ ο ορίζοντας αυξάνεται σαν $\sim t$. Επομένως, όσο περνάει ο χρόνος τόσο μεγαλύτερο ποσοστό του σύμπαντος περνάει μέσα στην “σφαίρα” της αιτιατής επαφής.

μιας τιμής σε μια περιοχή και η επιλογή της δεύτερης στην αμέσως διπλανή της δημιουργεί μια τοπολογική ανωμαλία (topological defect), όπως λέγεται. Στην περίπτωση που η ομάδα συμμετρίας σπάει σε μια άλλη που περιέχει μια ομάδα $U(1)$, οι τοπολογικές ανωμαλίες που δημιουργούνται είναι μαγνητικά μονόπολα.

Μπορούμε να εκτιμήσουμε την συγκέντρωση των μαγνητικών μονόπολων στο σύμπαν σε $n_M \simeq 1/(2t_X)^3$, δηλαδή ένα μαγνητικό μονόπολο σε κάθε περιοχή που βρίσκεται σε αιτιατή επαφή και έχει ορίζοντα $2t_X$, όπου t_X ο χρόνος όταν η ενέργεια φτάσει τα 10^{16} GeV. Για να βρούμε τον χρόνο t που αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ενέργεια την εποχή της ακτινοβολίας, θα πρέπει να βρούμε πρώτα την λεγόμενη σχέση θερμοκρασίας-χρόνου μέσω της πρώτης εξίσωσης Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \left(\frac{1}{2t}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} g(T) \frac{\pi^2}{30} \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3} \Rightarrow t_X \simeq \frac{0.3}{\sqrt{g(T_X)}} \frac{M_P}{T_X^2}, \quad (6.17)$$

όπου, όπως και άλλες φορές προηγουμένως, θέσαμε $G = 1/M_P^2$. Με την βοήθεια της παραπάνω σχέσης μπορούμε να εκφράσουμε την συγκέντρωση των μαγνητικών μονόπολων ως προς αυτή των φωτονίων με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\frac{n_M}{n_\gamma} = \frac{1}{(2t_X)^3} \frac{\pi^2 (\hbar c)^3}{2\zeta(3)(k_B T)^3} \simeq 2 \times 10^4 \left(\frac{T_X}{M_P}\right)^3 \simeq 2 \times 10^{-5}. \quad (6.18)$$

Παρ' όλο που η συγκέντρωση των μαγνητικών μονόπολων είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερη από αυτή των φωτονίων την στιγμή της παραγωγής τους, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να δημιουργήσει πρόβλημα υπερβολικής συγκέντρωσης ύλης στο σύμπαν. Η μάζα του κάθε μαγνητικού μονόπολου είναι της τάξης του 10^{16} GeV, γεγονός το οποίο οδηγεί στο παρακάτω αποτέλεσμα για την παράμετρο Ω_M σήμερα

$$\Omega_M^0 = \frac{\rho_M^0}{\rho_c} = \frac{M_M n_M^0}{\rho_c} = \frac{M_M 10^{-5} n_\gamma^0}{\rho_c} \simeq 10^{19} \gg 1. \quad (6.19)$$

Εάν το σύμπαν περιείχε μια τέτοια συγκέντρωση ύλης, η βαρυτική δύναμη θα ήταν τόσο ισχυρή που θα είχε ήδη προκαλέσει την κατάρρευση του σύμπαντος και την εμφάνιση μιας τελικής ανωμαλίας.

6.1.4 Το πρόβλημα των διαταραχών ενέργειας

Πολύ περιληπτικά θα αναφέρουμε σε αυτό το σημείο ένα τελευταίο πρόβλημα του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Μοντέλου, αυτό της δημιουργίας των διαταραχών ενέργειας στο σύμπαν. Σήμερα παρατηρούμε στο σύμπαν μεγάλες μεταβολές πυκνότητας ύλης ($\delta\rho/\rho \simeq 1$) σε κλίμακες μήκους της τάξης των πλανητών, αστερών, γαλαξιών κτλ, και πολύ μικρές

μεταβολές $\delta\rho/\rho \simeq 10^{-5}$ στο φάσμα της ακτινοβολίας υποβάθρου. Μια που η τελευταία προέρχεται από την αρχέγονη εποχή, είναι φυσικό να υποθέσουμε ότι αυτές οι μικρές μεταβολές αποτέλεσαν τον “σπόρο” για την δημιουργία των μεγάλων μεταβολών, των βαρυτικών σχηματισμών, εκατομμύρια χρόνια αργότερα. Η φύση όμως και η προέλευση αυτών των μικρών μεταβολών είναι πολύ δύσκολο να ερμηνευθεί στα πλαίσια του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Μοντέλου το οποίο προβλέπει ομοιογενή κατανομή ύλης στο σύμπαν. Επιπλέον, στα πλαίσια της μελέτης της εξέλιξης αυτών των διαταραχών με τον χρόνο μέσα σε ένα FRW σύμπαν, βρίσκει κανείς ότι και οι αρχικές τιμές των διαταραχών $\delta\rho/\rho$ θα έπρεπε να είναι αφύσικα μικρές για να έχουν σήμερα την τιμή που παρατηρείται.

6.2 Το Βασικό Μοντέλο του Πληθωριστικού Σεναρίου

Όλα τα παραπάνω προβλήματα του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Μοντέλου μπορούν να λυθούν εάν υποθέσουμε ότι το σύμπαν πέρασε από μια φάση πολύ γρήγορης – πληθωριστικής – διαστολής στο απώτερο παρελθόν. Κατά την διάρκεια αυτής της φάσης στην εξέλιξη του σύμπαντος, η κυρίαρχη συνεισφορά στην πυκνότητα ενέργειας δεν ήταν αυτή της ακτινοβολίας αλλά ούτε και αυτή της ύλης. Αντίθετα, αυτό που κυριαρχούσε στο σύμπαν ήταν η πυκνότητα ενέργειας ενός βαθμωτού πεδίου Φ με Λαγκρανζιανή

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - V(\Phi), \quad (6.20)$$

όπου $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu$, και $V(\phi)$ το δυναμικό που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις του βαθμωτού αυτού πεδίου. Ο ταυστής ενέργειας και ορμής που αντιστοιχεί στο βαθμωτό πεδίο είναι

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} \partial_\rho \Phi \partial^\rho \Phi - V(\Phi) \right]. \quad (6.21)$$

Η πυκνότητα ενέργειας είναι επομένως

$$\rho = T_{00} = \dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2} \left[g^{00} \dot{\Phi}^2 + g^{ii} (\partial_i \Phi)^2 \right] + V(\Phi) = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2} |g^{ii}| (\partial_i \Phi)^2 + V(\Phi) > 0. \quad (6.22)$$

Σε πρώτη προσέγγιση μπορούμε να υποθέσουμε ότι το βαθμωτό πεδίο δεν εξαρτάται από τον χώρο αλλά μόνο από τον χρόνο – υπόθεση πολύ συνηθισμένη στην Κοσμολογία λόγω της ομοιογένειας του σύμπαντος. Επιπλέον, θα υποθέσουμε ότι η τιμή του πεδίου αλλάζει πολύ αργά με τον χρόνο και έτσι $\Phi \simeq \Phi_0$ και $\dot{\Phi}^2 \ll V(\Phi_0)$. Τότε, η πρώτη εξίσωση Friedmann μας δίνει

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} \simeq \frac{8\pi G}{3} V(\Phi_0) \Rightarrow a(t) = a(t_i) e^{H(t-t_i)}, \quad (6.23)$$

όπου τώρα $H = \sqrt{8\pi GV(\Phi_0)/3} = const..$ Επομένως, για το χρονικό διάστημα $t \in (t_i, t_f)$ που η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου παραμένει σταθερή, το σύμπαν περνάει από μια φάση πολύ γρήγορης, εκθετικής διαστολής. Την παραπάνω εξάρτηση του συντελεστή κλίμακας από τον χρόνο την συναντήσαμε στην περίπτωση ενός επίπεδου σύμπαντος που κυριαρχείται από την παρουσία μιας θετικής κοσμολογικής σταθεράς· το μοντέλο de Sitter βρίσκει ευρεία εφαρμογή στο μοντέλο του πληθωριστικού σεναρίου όπου η σχεδόν σταθερή δυναμική ενέργεια του βαθμωτού σωματιδίου παίζει τον ρόλο μιας κοσμολογικής σταθεράς.

Ας δούμε τώρα πώς τα προαναφερθέντα προβλήματα της Κοσμολογίας μπορούν να λυθούν με την ενσωμάτωση στην ιστορία του σύμπαντος μιας φάσης πολύ γρήγορης διαστολής.

6.2.1 Το πρόβλημα της επιπεδότητας ή της εντροπίας του σύμπαντος

Κατά την διάρκεια της πληθωριστικής φάσης, η διαστολή του σύμπαντος συνεχίζει να είναι αδιαβατική και η θερμοκρασία του ρελατιβιστικού αερίου (που όπως είπαμε δεν κυριαρχεί αλλά απλώς συνυπάρχει και εξελίσσεται) συνδέεται ακόμα με τον συντελεστή κλίμακας μέσω της σχέσης $aT = const..$ Λόγω όμως της πολύ γρήγορης διαστολής του σύμπαντος, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της θερμοκρασίας του αερίου σε εξαιρετικά χαμηλές τιμές, διαδικασία που είναι γνωστή σαν “υπέρφυξη” (supercooling). Όπως όμως θα δούμε αναλυτικά παρακάτω, στο τέλος της φάσης του πληθωρισμού η δυναμική ενέργεια του βαθμωτού πεδίου μετατρέπεται πρώτα σε κινητική, λόγω ταλαντώσεων γύρω από την θέση ελάχιστης ενέργειας, και κατόπιν σε θερμική μέσω της διάσπασης του Φ σε στοιχειώδη σωματίδια. Η ενέργεια αυτή απορροφάται από το ρελατιβιστικό αέριο, το οποίο έτσι επανα-θερμαίνεται (reheating process) και κυριαρχεί και πάλι στο σύμπαν. Η τελική θερμοκρασία του αερίου T_R είναι σχεδόν ίση με την θερμοκρασία T_i στην αρχή της φάσης της πληθωριστικής διαστολής.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε επομένως να ξαναγράψουμε την Εξ. (6.5) για την παράμετρο $(\Omega_{total} - 1)_t$ την χρονική στιγμή που $T = 10^{18}$ GeV ως εξής

$$(\Omega_{total} - 1)_t \sim \frac{1}{100} \left(\frac{10^{19}}{10^{18}} \right)^2 \frac{1}{(aT)_t^2} \sim \frac{1}{(a_i T_i)^2} \sim \frac{e^{2H\Delta t}}{(a_f T_i)^2} = \frac{e^{2H\Delta t}}{(a_0 T_0)^2}. \quad (6.24)$$

Παραπάνω, χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι οι τιμές του συντελεστή κλίμακας στην αρχή και στο τέλος του πληθωρισμού συνδέονται μέσω της σχέσης: $a_f = a_i e^{H\Delta t}$. Μια που, όπως αποδείξαμε στην προηγούμενη παράγραφο, το γινόμενο $(a_0 T_0)$ είναι της τάξης του 10^{30} , το πρόβλημα των αρχικών συνθηκών της τιμής του Ω_{total} λύνεται εάν απαιτήσουμε $e^{H\Delta t} = 10^{30}$, το οποίο ταυτόχρονα προσδιορίζει την διάρκεια της πληθωριστικής διαστολής. Ο αριθμός

$$N \equiv H\Delta t \simeq 70, \quad (6.25)$$

ονομάζεται στην βιβλιογραφία “αριθμός των e-foldings” του πληθωρισμού. Εάν επιστρέψουμε στην αρχική έκφραση του Ω_{total} , Εξ. (6.2), μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε γιατί η τιμή

της παραμέτρου αυτής είναι σήμερα πολύ κοντά στην μονάδα ακόμα και αν το σύμπαν δεν γεννήθηκε επίπεδο: η εκθετική διαστολή του συντελεστή κλίμακας κατά 30 τάξεις μεγέθους στην διάρκεια της πληθωριστικής διαστολής έχει σαν αποτέλεσμα ο όρος $k/a^2 H^2$ να γίνει αμελητέος σε σύγκριση με την μονάδα ακόμα και για $k \neq 0$.

Η ενσωμάτωση της φάσης της πληθωριστικής διαστολής στην ιστορία του σύμπαντος λύνει ταυτόχρονα και το πρόβλημα της εντροπίας του ρελατιβιστικού αερίου. Η τεράστια τιμή της εντροπίας του σήμερα οφείλεται στην απορρόφηση της ενέργειας που απελευθερώθηκε από την διάσπαση του βαθμωτού σωματιδίου Φ στο τέλος του πληθωρισμού. Μια που η ενέργεια αυτή ήταν αρκετά μεγάλη ώστε να κυριαρχήσει στο σύμπαν την αρχέγονη εποχή, η αντίστοιχη αύξηση της εντροπίας θα ήταν επίσης πολύ σημαντική.

6.2.2 Το πρόβλημα του ορίζοντα

Το πρόβλημα του ορίζοντα προέκυψε όταν, συγκρίνοντας την τιμή του ορίζοντα d_H την εποχή της επανένωσης με την ακτίνα που είχε την ίδια εποχή το σύμπαν που σήμερα βρίσκεται σε αιτιατή επαφή, βρήκαμε ότι $d_H^0(t_{rec}) \gg d_H(t_{rec})$. Το πρόβλημα γίνεται τόσο σοβαρότερο όσο περισσότερο πλησιάζουμε την αρχή της δημιουργίας του σύμπαντος. Έτσι, για $T = 10^{19}$ GeV, βρίσκουμε ότι $d_H(t_P) = 10^{-33}$ cm και $d_H^0(t_P) \simeq 10^{-3}$ cm, σύμφωνα με το οποίο το σημερινό αιτιατό σύμπαν προέρχεται από 10^{90} περιοχές που βρίσκονταν σε μη αιτιατή επαφή την εποχή της ενεργειακής κλίμακας του Planck.

Στην διάρκεια όμως της πληθωριστικής διαστολής, όπου $a(t) \sim e^{Ht}$, ισχύει:

$$d_H(t) = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = e^{Ht} \frac{(-1)}{H} (e^{-Ht} - 1) = \frac{1}{H} (e^{Ht} - 1) \simeq \frac{e^{Ht}}{H}. \quad (6.26)$$

Το πρόβλημα τότε του ορίζοντα μπορεί να λυθεί εάν απαιτήσουμε στο τέλος του πληθωρισμού να ισχύει

$$d_H(t_f) \geq d_H^0(t_f) \Rightarrow d_H(t_i) e^{H\Delta t} \geq d_H^0(t_f). \quad (6.27)$$

Η παραπάνω απαίτηση μπορεί να εξαλείψει το πρόβλημα του ορίζοντα για όλους τους χρόνους $t \geq t_f$. Όμως, για να απαλείψουμε το πρόβλημα του ορίζοντα για κάθε εποχή (μια που δεν είμαστε σίγουροι πότε ακριβώς έλαβε χώρα ο πληθωρισμός), μπορούμε να απαιτήσουμε

$$d_H(t_P) e^{H\Delta t} \geq d_H^0(t_P) \Rightarrow e^{H\Delta t} \geq \frac{d_H^0(t_P)}{d_H(t_P)} \simeq 10^{30}, \quad (6.28)$$

αποτέλεσμα που βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με αυτό που πήραμε παραπάνω για την εξαίλιψη του προβλήματος της επιπεδότητας.

6.2.3 Το πρόβλημα των μαγνητικών μονόπολων

Το πρόβλημα των μαγνητικών μονόπολων μπορεί να επιλυθεί πολύ εύκολα εάν δεχθούμε την ύπαρξη μιας φάσης εκθετικής διαστολής που λαμβάνει χώρα μετά το σπάσιμο της GUT συμμετρίας. Στην περίπτωση αυτή, όπως είδαμε παραπάνω, η πολύ γρήγορη διαστολή του σύμπαντος θα καταφέρει να εξαλείψει το φαινόμενο των πολλών περιοχών του σύμπαντος που βρίσκονταν σε μη αιτιατή επαφή. Μαθηματικά αυτό μεταφράζεται στο εξής

$$\left(\frac{n_M}{n_\gamma}\right)_{t_X} = \frac{1}{d_H^3(t_X)} \frac{\pi^2(\hbar c)^3}{2\zeta(3)(k_B T_X)^3} \longrightarrow \frac{e^{-3H\Delta t}}{d_H^3(t_X)} \frac{\pi^2(\hbar c)^3}{2\zeta(3)(k_B T_X)^3} \simeq 10^{-90} \left(\frac{n_M}{n_\gamma}\right) \simeq 10^{-95}. \quad (6.29)$$

Ενώ λοιπόν ο αριθμός των φωτονίων ανά μονάδα όγκου θα παραμείνει σχεδόν σταθερός πριν και μετά τον πληθωρισμό, η συγκέντρωση των μαγνητικών μονόπολων θα μειωθεί δραματικά λόγω της εκθετικής μείωσης των αριθμών των περιοχών που βρίσκονται σε μη αιτιατή επαφή. Ο περιορισμός ότι ο πληθωρισμός πρέπει να λάβει χώρα μετά, και όχι πριν από, την ενεργειακή κλίμακα των θεωριών GUT είναι απαραίτητος ούτως ώστε στο τέλος του πληθωρισμού η ενέργεια του σύμπαντος να είναι μικρότερη των 10^{16} GeV και η διάσπαση του σωματιδίου Φ να μην οδηγήσει στην δημιουργία νέων μαγνητικών μονόπολων.

6.2.4 Το πρόβλημα των διαταραχών ενέργειας

Μια που το σύμπαν κατά την διάρκεια της πληθωριστικής διαστολής κυριαρχείται από την δυναμική ενέργεια του βαθμωτού πεδίου, κάθε μικρή διαταραχή στην τιμή του πεδίου στον χώρο και στον χρόνο θα οδηγήσει σε αντίστοιχες διαταραχές της πυκνότητας ενέργειας του σύμπαντος

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\delta V}{V} = \frac{V'(\Phi)}{V} \delta\Phi. \quad (6.30)$$

Όπως αναφέραμε, οι μικρές αυτές διαταραχές θα αποτελέσουν τον σπόρο που θα οδηγήσει στην δημιουργία βαρυτικών σχηματισμών στο σύμπαν (large-scale structure). Τέτοιες διαταραχές μπορεί να δημιουργηθούν κάθε στιγμή στην διάρκεια του πληθωρισμού, αυτές όμως που θα επιζήσουν είναι αυτές που θα δημιουργηθούν τις τελευταίες στιγμές της εκθετικής διαστολής – οι πρώιμες δεν θα προλάβουν να οδηγήσουν σε συσσωμάτωση ύλης γύρω τους γιατί η γρήγορη διαστολή του σύμπαντος θα τείνει να διαλύσει κάθε τέτοια ανισοτροπία. Η δημιουργία και εξέλιξη στον χώρο και στον χρόνο των διαταραχών ενέργειας $\delta\rho/\rho$ αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι του πληθωριστικού σεναρίου, η πολύπλοκη όμως μαθηματική φύση της αντίστοιχης ανάλυσης δεν μας επιτρέπει να την παρουσιάσουμε εδώ.

6.3 Η Δυναμική του Πληθωριστικού Σεναρίου

Η Λαγκρανζιανή του βαθμωτού πεδίου που δημιουργεί την φάση της πληθωριστικής διαστολής στο σύμπαν – και για τον λόγο αυτό ονομάζεται inflaton – δίνεται στην Εξ. (6.20). Η πλήρης δυναμική όμως ενός πεδίου που είναι συζευγμένο με την βαρύτητα δίνεται μόνο μέσω της αντίστοιχης δράσης, που στην προκειμένη περίπτωση έχει την μορφή

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - V(\Phi) \right\}, \quad (6.31)$$

όπου R είναι η βαθμωτή ποσότητα Ricci και

$$\sqrt{-g} = \frac{a^3 r^2 \sin \theta}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (6.32)$$

είναι η τετραγωνική ρίζα της ορίζουσας του μετρικού τανυστή $g_{\mu\nu}$ που περιγράφει τον χωρόχρονο Robertson-Walker (το αρνητικό πρόσημο είναι απαραίτητο για να είναι θετική η ποσότητα κάτω από την τετραγωνική ρίζα). Θεωρώντας την μεταβολή της δράσης ως προς το βαθμωτό πεδίο, μπορούμε να προσδιορίσουμε την εξίσωση κίνησης του πεδίου

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu [\sqrt{-g} \partial^\mu \Phi] = \frac{dV}{d\Phi} \Rightarrow \ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0, \quad (6.33)$$

όπου στην λεπτομερή δεύτερη μορφή της έχουμε υποθέσει ότι το inflaton εξαρτάται μόνο από τον χρόνο.

Εξ' ορισμού, η πληθωριστική διαστολή λαμβάνει χώρα όταν το πεδίο μεταβάλλεται πάρα πολύ αργά με τον χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι $\ddot{\Phi} \ll (3H\dot{\Phi}, V')$. Επομένως, η εξίσωση του πεδίου κατά την διάρκεια του πληθωρισμού έχει την απλούστερη μορφή

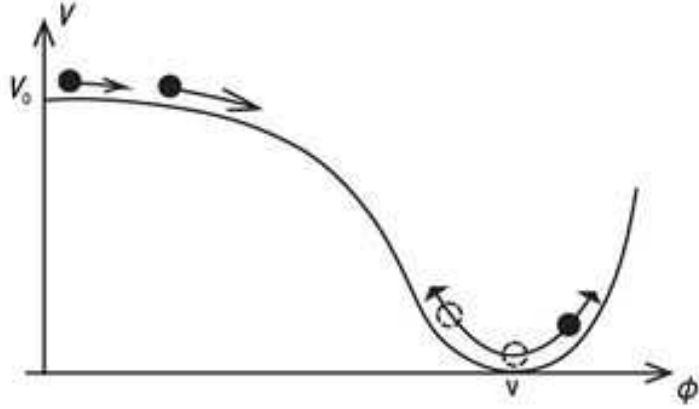
$$3H\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0, \quad (6.34)$$

ενώ η παράμετρος Hubble δίνεται από την πρώτη εξίσωση Friedmann

$$H^2(\Phi) \simeq \frac{8\pi G}{3} V(\Phi). \quad (6.35)$$

Παρατηρούμε ότι εάν, πραγματικά, το δυναμικό του βαθμωτού πεδίου είναι σταθερό, η τιμή του παραμένει επίσης σταθερή με το χρόνο όπως και η παράμετρος Hubble. Εν γένει, υποθέτουμε ότι το δυναμικό παρουσιάζει ένα πλατώ όπου η τιμή του πεδίου μεταβάλλεται πάρα πολύ αργά με τον χρόνο (βλέπε Σχ. 17). Οι συνθήκες που εξασφαλίζουν ότι το πεδίο κινείται όντως αργά προκύπτουν ως εξής: ξεκινώντας από τη Εξ. (6.34), παραγωγίζουμε μια φορά ως προς τον χρόνο και βρίσκουμε

$$\ddot{\Phi} = -\frac{V''\dot{\Phi}}{3H} + \frac{V'H'\dot{\Phi}}{3H^2}. \quad (6.36)$$



Σχήμα 17: Το δυναμικό του βαθμωτού πεδίου Φ που δημιουργεί τον πληθωρισμό: το “πάγωμα” στην περιοχή του αρχικού πλατό ακολουθείται από μια γρήγορη κύλιση προς το σημείο ελάχιστης ενέργειας.

Εάν θέλουμε οι υποθέσεις μας να είναι συνεπείς με τις εξισώσεις μας, το δεξί μέλος της παραπάνω εξίσωσης θα πρέπει να είναι πολύ μικρότερο από το $3H\dot{\Phi}$. Υποθέτοντας, για ασφάλεια, ότι αυτό συμβαίνει επειδή ο καθένας από τους δύο όρους ικανοποιεί τον περιορισμό αυτό, παίρνουμε τα ακόλουθα δύο κριτήρια της “αργής κύλισης” (slow roll)

$$|\eta| \equiv \frac{M_P^2}{24\pi} \left| \frac{V''}{V} \right| \ll 1, \quad (6.37)$$

$$\epsilon \equiv \frac{M_P^2}{48\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1. \quad (6.38)$$

Την χρονική στιγμή που κάποιο από τα δύο κριτήρια παύει να ικανοποιείται η πληθωριστική διαστολή σταματά. Ο αριθμός των e-foldings που διαρκεί ο πληθωρισμός μπορεί να βρεθεί από την Εξ. (6.34) ως εξής

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{V'}{3H} \Rightarrow N = \int_{t_i}^{t_f} H dt = - \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} \frac{3H^2}{V'} d\Phi = -8\pi G \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} \frac{V}{V'} d\Phi. \quad (6.39)$$

Μετά το τέλος της πληθωριστικής διαστολής, το βαθμωτό πεδίο κινείται προς την κατάσταση της ελάχιστης ενέργειας όπου και αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις. Στην φάση αυτή είναι η δεύτερη παράγωγος που κυριαρχεί έναντι της πρώτης, και η εξίσωση κίνησης του πεδίου μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\ddot{\Phi} + V'(\Phi) = 0. \quad (6.40)$$

Εάν δεν συνέβαινε τίποτα άλλο, το inflaton θα συνέχιζε εφ' όρου ζωής τις ταλαντώσεις αυτές και η δυναμική ενέργειά του θα εναλλασσόταν σε κινητική γύρω από το σημείο ισορροπίας.

Προκειμένου το σύμπαν να απεγκλωβιστεί από αυτή την κατάσταση είναι αναγκαίο να υποθέσουμε ότι το βαθμωτό πεδίο χαρακτηρίζεται από ένα μη μηδενικό ρυθμό διάσπασης Γ_Φ , ή ισοδύναμα από ένα πεπερασμένο χρόνο ζωής $t_\Phi = 1/\Gamma_\Phi$. Στην περίπτωση αυτή, η πλήρης εξίσωση κίνησης του inflaton παίρνει την μορφή

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \Gamma_\Phi\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0. \quad (6.41)$$

Στην πλειονότητα των πληθωριστικών μοντέλων, ο ρυθμός αυτός θεωρείται ότι είναι πολύ μικρότερος από το $3H$ και έτσι δεν παρεμβαίνει στην φάση της πληθωριστικής διαστολής. Όταν όμως, στο τέλος αυτής της φάσης, η παράμετρος Hubble μειώνεται, το Γ γίνεται σημαντικό και αρχίζει να επηρεάζει την εξέλιξη του βαθμωτού πεδίου. Εάν ο ρυθμός διάσπασης είχε μια αρκετά μεγάλη τιμή, η φάση των ταλαντώσεων δεν θα άρχιζε καν, και η δυναμική ενέργεια θα μετατρέποταν απευθείας σε ρελατιβιστικά σωματίδια. Όπως όμως αναφέραμε προηγουμένως, οι διαταραχές ενέργειας που είναι απαραίτητες για την δημιουργία δομών στο σύμπαν παράγονται τις τελευταίες στιγμές του πληθωρισμού, και βρίσκονται να έχουν το σωστό μέγεθος μόνο εάν το inflaton έχει σχετικά μικρό ρυθμό διάσπασης. Το καλύτερο επομένως σενάριο είναι αυτό που το πεδίο περνάει από μια φάση ταλαντώσεων πριν να διασπαστεί. Μέσω της διάσπασης, το σύμπαν επανα-θερμαίνεται και ξαναμπαίνει σε εποχή όπου κυριαρχεί η ακτινοβολία.

6.4 Επιμέρους Μοντέλα του Πληθωριστικού Σεναρίου

Γύρω από την βασική ιδέα της ύπαρξης ενός βαθμωτού σωματιδίου του οποίου η δυναμική ενέργεια κυριαρχεί στο σύμπαν την αρχέγονη εποχή έχουν χτιστεί πολλά επιμέρους μοντέλα με αρκετά σημαντικές διαφορές μεταξύ τους καθώς και διαφορετικά μειονεκτήματα ή πλεονεκτήματα. Εδώ θα αναφέρουμε μερικά από αυτά.

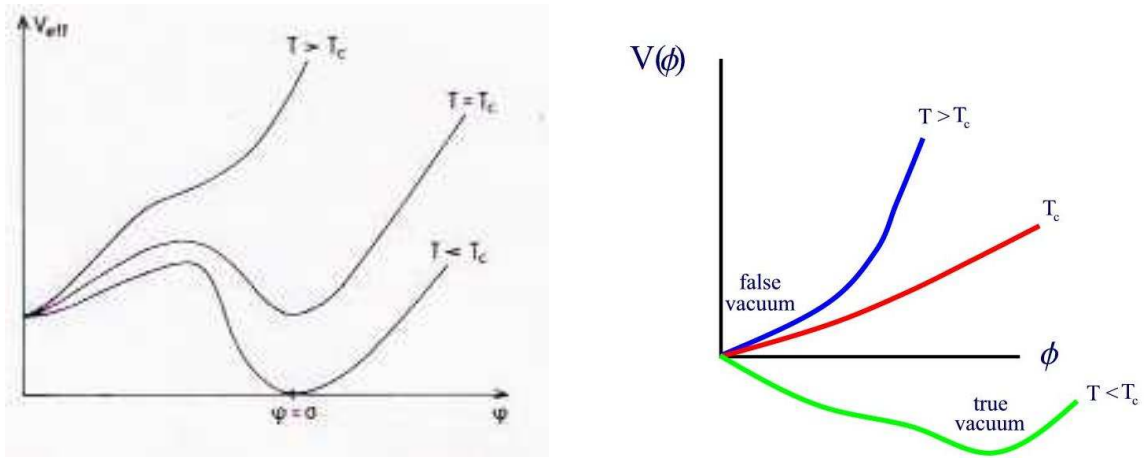
6.4.1 Το παλιό πληθωριστικό σενάριο

Το μοντέλο αυτό ήταν το πρώτο πληθωριστικό μοντέλο (old inflation) που εμφανίστηκε στην βιβλιογραφία και προτάθηκε από τον A. Guth το 1981. Εάν θεωρήσουμε την θεωρία

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + \frac{1}{2} \mu \Phi^2 - \frac{1}{4} \lambda \Phi^4 - V_0, \quad (6.42)$$

όπου V_0 μια σταθερά, το δυναμικό ελαχιστοποιείται στα σημεία

$$\frac{dV}{d\Phi} = 0 \Rightarrow \Phi = \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (6.43)$$



Σχήμα 18: Το δυναμικό του πεδίου του inflaton στο μοντέλο (α) του παλιού πληθωρισμού, και (β) του νέου πληθωρισμού.

Το παραπάνω αποτέλεσμα ισχύει εάν αγνοήσουμε τελείως την θερμοκρασία του περιβάλλοντος. Εάν όμως το βαθμωτό αυτό σωματίο ζει στο αρχέγονο σύμπαν και βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με ένα πολύ θερμό ρελατιβιστικό αέριο θερμοκρασίας T , το δυναμικό του θα αλλάξει με τον ακόλουθο τρόπο

$$V(\Phi, T) = -\frac{1}{2} \mu \Phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \Phi^4 - \frac{\pi^2}{90} T^4 + \frac{1}{24} (3\lambda \Phi^2 - \mu^2) T^2. \quad (6.44)$$

Η ελαχιστοποίηση του δυναμικού σε αυτή την περίπτωση, η διαδικασία εύρεσης δηλαδή των ελαχίστων του, οδηγεί στο αποτέλεσμα

$$\frac{dV}{d\Phi} = 0 \Rightarrow \Phi = 0, \quad \text{και} \quad \Phi = \frac{\pm 1}{2} \sqrt{\frac{4\mu^2}{\lambda} - T^2} = \frac{\pm 1}{2} \sqrt{T_c^2 - T^2}. \quad (6.45)$$

Ο αριθμός επομένως των ελαχίστων της θεωρίας εξαρτάται από την θερμοκρασία του ρελατιβιστικού αερίου. Για $T \geq T_c$, υπάρχει ένα μόνο ελάχιστο στο $\Phi = 0$. Για $T < T_c$, όμως, ένα δεύτερο ελάχιστο εμφανίζεται το οποίο μάλιστα είναι και το ολικό ελάχιστο της θεωρίας [βλέπε Σχ. 18(α)]. Ένα τέτοιο μοντέλο εμφανίζεται στα πλαίσια της Μεγαλο-Ενοποιημένης Θεωρίας με ομάδα συμμετρίας $SU(5)$ όπου το inflaton είναι το βαθμωτό πεδίο Higgs που σπάει την ομάδα συμμετρίας και αργότερα δίνει μάζα στα στοιχειώδη σωματίδια.

Σύμφωνα με τον Guth, το σύμπαν σε υψηλές θερμοκρασίες παραμένει εγκλωβισμένο στο “ψευδές κενό” $\Phi = 0$, όπου $V = V_0$, και στην διάρκεια αυτής της εποχής το σύμπαν περνάει μια φάση πληθωριστικής διαστολής. Με την πτώση όμως της θερμοκρασίας, το “αληθινό κενό” της θεωρίας εμφανίζεται και το σύμπαν μεταβαίνει σε αυτό βγαίνοντας από την φάση του πληθωρισμού. Η μετάβαση από το ψευδές στο αληθινό κενό της θεωρίας

γίνεται μέσω μιας κβαντικής διαδικασίας, του φαινομένου σήραγγας, λόγω της παρουσίας του φράγματος ανάμεσα στα δύο ελάχιστα της θεωρίας. Μέσα λοιπόν σε ένα σύμπαν που ακολουθεί μια διαστολή de Sitter εμφανίζονται περιοχές (bubbles) που έχουν βγει από την φάση του πληθωρισμού και διαστέλλονται επομένως σαν $t^{1/2}$. Αυτό είναι δυστυχώς και το πρόβλημα του μοντέλου που οδήγησε τελικά και στην εγκατάλειψή του: οι περιοχές αυτές διαστέλλονται πολύ αργά σε σχέση με τον υπόλοιπο χώρο και έτσι δεν θα καταφέρουν ποτέ να ενωθούν και να καλύψουν όλο το σύμπαν τερματίζοντας παντού την φάση του πληθωρισμού.

6.4.2 Το νέο πληθωριστικό σενάριο

Το νέο πληθωριστικό σενάριο (new inflation) χρησιμοποίησε ένα δυναμικό του τύπου που φαίνεται στο Σχ. 18(β), και στο οποίο δεν υπάρχει φράγμα ανάμεσα στα δύο κενά της θεωρίας. Με τον τρόπο αυτό η μετάβαση από την φάση του πληθωρισμού στην εποχή της ακτινοβολίας γίνεται ταυτόχρονα σε όλο το σύμπαν και ομαλά, χωρίς την ανάγκη χρήσης κβαντικών φαινομένων. Το μοντέλο αυτό προτάθηκε από τους A. Linde και Albrecht & Steinhardt το 1982, και βασίστηκε στον μηχανισμό Coleman-Weinberg – έναν ιδιαίτερο μηχανισμό για το σπάσιμο της ομάδας συμμετρίας $SU(5)$ που επίσης χρησιμοποιεί την επίδραση της θερμοκρασίας του ρελατιβιστικού αερίου για να πετύχει την μορφή του δυναμικού που απαιτείται. Το κυριότερο μειονέκτημα του μοντέλου αυτού είναι ότι, για να εξασφαλίσουμε αρκετά μεγάλη διάρκεια για την φάση της πληθωριστικής διαστολής του σύμπαντος, θα πρέπει να καταφύγουμε σε μια πολύ λεπτή ρύθμιση (fine-tuning) των παραμέτρων της θεωρίας και να υποθέσουμε ότι $\lambda \simeq 10^{-14}$, τιμή που είναι αφύσικα μικρή για σταθερά σύζευξης πεδίου.

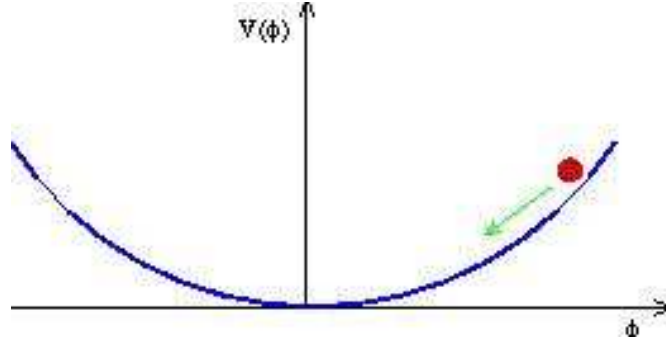
6.4.3 Το χαοτικό πληθωριστικό σενάριο

Το πληθωριστικό αυτό μοντέλο (chaotic inflation) προτάθηκε από τον A. Linde το 1983 και απάλλαξε το σενάριο του πληθωρισμού από την ανάγκη χρήσης της θερμικής ισορροπίας του βαθμωτού πεδίου με το ρελατιβιστικό αέριο προκειμένου να εξασφαλιστεί η απαιτούμενη μορφή του δυναμικού. Αντίθετα, ο Linde υπέθεσε ότι το βαθμωτό πεδίο δεν βρίσκεται κατά ανάγκη σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον του, και ότι οι αλληλεπιδράσεις του περιγράφονται από την πολύ απλή Λαγκρανζιανή

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} m^2 \Phi^2, \quad (6.46)$$

ή από την εναλλακτική

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{4} \lambda \Phi^4. \quad (6.47)$$



Σχήμα 19: Το δυναμικό του πεδίου του inflaton στο μοντέλο του χαοτικού πληθωρισμού.

Εδώ θα μελετήσουμε την πρώτη θεωρία που είναι και η απλούστερη (και η δεύτερη όμως δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες στην ανάλυσή της). Οι βασικές εξισώσεις της θεωρίας, η εξίσωση κίνησης του βαθμωτού πεδίου και η πρώτη εξίσωση Friedmann, κατά την διάρκεια της πληθωριστικής διαστολής έχουν την μορφή

$$3H\dot{\Phi} = -V'(\Phi) = -m^2\Phi, \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{1}{2} m^2\Phi^2. \quad (6.48)$$

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις, μπορούμε πολύ εύκολα να ολοκληρώσουμε την εξίσωση του βαθμωτού πεδίου και να βρούμε την λύση

$$\Phi(t) = \Phi_i - \frac{m M_P}{\sqrt{12\pi}} t \quad (6.49)$$

όπου Φ_i η τιμή του inflaton στην αρχή της πληθωριστικής φάσης. Η μορφή του δυναμικού σε αυτή την περίπτωση δίνεται στο Σχ. 19: το πεδίο βρίσκεται κάποια στιγμή αρκετά ψηλά στην “πλαγιά” του δυναμικού του· όσο περνάει ο χρόνος το πεδίο κυλάει προς το σημείο ελάχιστης ενέργειας, και μάλιστα όσο μεγαλύτερη η μάζα του τόσο γρηγορότερα θα βρεθεί στην θέση ελάχιστης ενέργειας. Είναι όμως δυνατόν να πάρουμε μια αρκετά μεγάλη σε διάρκεια εποχή πληθωριστικής διαστολής με ένα τόσο απότομο δυναμικό; Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (6.39), βρίσκουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα για τον αριθμό των e-foldings

$$N = -4\pi G \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} \Phi d\Phi = \frac{2\pi}{M_P^2} (\Phi_i^2 - \Phi_f^2). \quad (6.50)$$

Θεωρώντας ότι $\Phi_i^2 \gg \Phi_f^2$ και απαιτώντας $N \geq 70$, παίρνουμε

$$\Phi_i^2 \geq 70 \frac{M_P^2}{2\pi} \Rightarrow \Phi_i \geq 3.4 M_P. \quad (6.51)$$

Επομένως, εάν η αρχική τιμή του πεδίου είναι αρκετά μεγάλη, το μοντέλο αυτό είναι σε θέση να δώσει την απαιτούμενη διάρκεια στην φάση της πληθωριστικής διαστολής ώστε να

λύσει τα προβλήματα του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Μοντέλου. Η φύση του μοντέλου είναι “χαοτική”: το βαθμωτό πεδίο είναι ελεύθερο να υιοθετήσει όποια τιμή αυτό θέλει σε οποιοδήποτε σημείο του σύμπαντος (το μοντέλο αυτό επομένως αφαιρεί και την απαίτηση της ομοιογένειας του σύμπαντος πριν από την έναρξη του πληθωρισμού). Στατιστικά, σε κάποιο σημείο του σύμπαντος η τιμή του πεδίου θα τύχει να είναι μεγαλύτερη από $3.4 M_P$ και έτσι το σύμπαν θα οδηγηθεί σε μια επιτυχημένη – δηλαδή αρκετά μεγάλη σε διάρκεια – φάση πληθωριστικής διαστολής.

Παρατηρούμε όμως ότι η απαιτούμενη αρχική τιμή του πεδίου είναι μεγαλύτερη από την τιμή της ενεργειακής κλίμακας του Planck. Δεν αποτελεί πρόβλημα αυτό στην κλασική θεώρηση του μοντέλου; Το σημείο αυτό προκάλεσε, και προκαλεί ίσως ακόμα, διαφωνίες στην επιστημονική κοινότητα των Κοσμολόγων, και αποκαλείται πρόβλημα των αρχικών συνθηκών του χαοτικού μοντέλου. Η άποψη του Linde είναι ότι το σημείο αυτό δεν είναι καθόλου προβληματικό: η τιμή του πεδίου δεν είναι παρατηρήσιμο μέγεθος, αντίθετα η δυναμική του ενέργεια είναι. Επομένως αυτή θα πρέπει να είναι πάντοτε χαμηλότερη από την ενεργειακή κλίμακα του Planck ώστε να δικαιολογείται η χρήση της κλασικής βαρύτητας και της κλασικής θεωρίας πεδίου. Επομένως, θα πρέπει να ισχύει

$$V(\Phi_i) = \frac{1}{2} m^2 \Phi_i^2 < M_P^4 \Rightarrow m < 0.15 M_P. \quad (6.52)$$

Όσο, επομένως, η μάζα του inflaton παραμένει μια περίπου τάξη μεγέθους μικρότερη από την κλίμακα του Planck, η δυναμική ενέργεια του πεδίου παραμένει χαμηλότερη από το ενεργειακό κατώφλι που χωρίζει την κλασική από την κβαντική περιοχή ενεργειών.

Ας στραφούμε τώρα στην εξάρτηση του συντελεστή κλίμακας από τον χρόνο. Από την πρώτη εξίσωση Friedmann, χρησιμοποιώντας την λύση (6.49) για το Φ , οδηγούμαστε στο αποτέλεσμα

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G}{6}} m \Phi \Rightarrow a(t) = \exp \left(\sqrt{\frac{8\pi G}{6}} m \left[\Phi_i - \frac{m M_P t}{2\sqrt{12\pi}} \right] t \right). \quad (6.53)$$

Παρατηρούμε ότι σε ένα ρεαλιστικό πληθωριστικό μοντέλο, η παράμετρος Hubble δεν είναι ποτέ μια τέλεια σταθερά. Αυτό είναι ουσιαστικά ένα πλεονέκτημα της θεωρίας μια που θα οδηγήσει εντέλει σε έξοδο από την φάση της πληθωριστικής διαστολής. Στην προκειμένη περίπτωση, η εξάρτηση του συντελεστή κλίμακας με τον χρόνο είναι πραγματικά de Sitter μόνο για $t \simeq 0$ ενώ, για $t > 0$, η διαστολή είναι ημι-de Sitter, όπως αποκαλείται.

Πότε όμως θα τερματιστεί η φάση της πληθωριστικής διαστολής; Όταν οποιαδήποτε από τις συνθήκες της αργής κύλισης, Εξ. (6.37) και (6.38), πάψει να ικανοποιείται. Για το μοντέλο του χαοτικού πληθωρισμού με $V(\Phi) = m^2 \Phi^2/2$, μπορούμε πολύ εύκολα να δούμε ότι και οι δύο συνθήκες παύουν να ικανοποιούνται όταν $\Phi_f \simeq 0.16 M_P$. Επομένως, ολόκληρη

η φάση της πληθωριστικής διαστολής λαμβάνει χώρα όσο η τιμή του πεδίου βρίσκεται ακόμα πάνω από την κλίμακα του Planck, γεγονός που επιδεινώνει κάπως το πρόβλημα των αρχικών συνθηκών του μοντέλου.

Τελειώνοντας οφείλουμε να αναφέρουμε ένα ιδιαίτερο ισχυρό περιορισμό που θέτουν στο μοντέλο του χαοτικού πληθωριστικού σεναρίου το μέγεθος των διαταραχών ενέργειας που όπως είπαμε δημιουργούνται τις τελευταίες στιγμές της φάσης αυτής. Το μέγεθος των διαταραχών αυτών δίνεται από την έκφραση

$$\left| \frac{\delta\rho}{\rho} \right| \simeq \left| \frac{H^2}{\dot{\Phi}} \right| = \left| \frac{3H^3}{V'(\Phi)} \right|. \quad (6.54)$$

Χρησιμοποιώντας την έκφραση του δυναμικού, και απαιτώντας το μέγεθος του $\delta\rho/\rho$ να είναι της τάξης του 10^{-5} , όπως μας λένε οι παρατηρήσεις, καταλήγουμε στο συμπέρασμα

$$4\pi \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \left(\frac{m}{M_P} \right) \left(\frac{\Phi}{M_P} \right)^2 \simeq 10^{-5} \Rightarrow m \simeq 10^{-6} M_P. \quad (6.55)$$

Επομένως, για να βρίσκονται οι προβλέψεις του χαοτικού μοντέλου σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις, η τιμή της βασικής παραμέτρου του, η μάζα του βαθμωτού πεδίου, θα πρέπει να έχει μια πολύ συγκεκριμένη τιμή. Στην περίπτωση δε που χρησιμοποιούμε το χαοτικό μοντέλο με δυναμικό $\lambda\Phi^4$, ο αντίστοιχος περιορισμός αναφέρεται στην τιμή της σταθεράς σύζευξης την οποία υποχρεώνει να είναι $\lambda \simeq 10^{-12}$. Το πρόβλημα αυτό του χαοτικού μοντέλου ονομάζεται πρόβλημα της λεπτής ρύθμισης (fine-tuning problem) των παραμέτρων του.

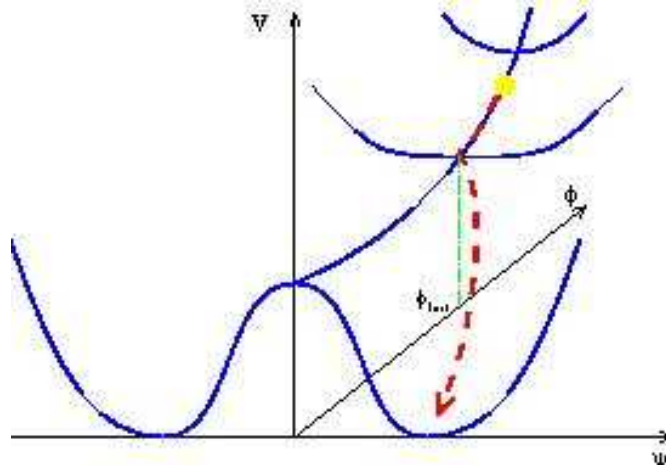
6.4.4 Το υβριδικό πληθωριστικό σενάριο

Όλα τα μοντέλα που αναφέρθηκαν μέχρι τώρα βασίζονται στην ύπαρξη ενός και μοναδικού βαθμωτού πεδίου inflaton, και επομένως είναι μοντέλα πληθωρισμού που χαρακτηρίζονται ως “μονο-πεδιακά” (single-field models). Στην βιβλιογραφία όμως υπάρχουν και μοντέλα όπου χρησιμοποιούνται δύο ή και περισσότερα τέτοια βαθμωτά πεδία. Θα αναφέρουμε εδώ ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα, το υβριδικό μοντέλο (hybrid inflation) που προτάθηκε από τον Linde το 1990. Το μοντέλο αυτό θεωρεί δύο βαθμωτά πεδία Φ και Ψ με δυναμικό αλληλεπίδρασης

$$\begin{aligned} V(\Phi, \Psi) &= \frac{1}{2} m^2 \Phi^2 + \frac{1}{4} \lambda_1 (\Psi^2 - M^2)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 \Psi^2 \Phi^2 \\ &= V_0 + \frac{1}{2} m^2 \Phi^2 - \frac{1}{2} m_\Psi^2 \Psi^2 + \frac{1}{4} \lambda_1 \Psi^4 + \frac{1}{2} \lambda_2 \Psi^2 \Phi^2, \end{aligned} \quad (6.56)$$

όπου

$$V_0 = \frac{1}{4} \lambda_1 M^4, \quad m_\Psi = \lambda_1 M^2. \quad (6.57)$$



Σχήμα 20: Το δυναμικό του πεδίου του inflaton στο μοντέλο του υβριδικού πληθωρισμού.

Παρατηρούμε ότι εκτός από την παρουσία δύο βαθμωτών πεδίων εμφανίζονται και τα δύο είδη δυναμικού του χαοτικού μοντέλου όπως επίσης και όρος αλληλεπίδρασης ανάμεσα στα δύο πεδία. Από την μορφή του δυναμικού, καταλαβαίνουμε εύκολα ότι το πεδίο Φ έχει ένα και μοναδικό ελάχιστο, ενώ για το Ψ η κατάσταση είναι λίγο πιο περίπλοκη αλλά συγχρόνως και πιο ενδιαφέρουσα. Αναλυτικά, βρίσκουμε

$$\frac{dV}{d\Phi} = 0 \Rightarrow \Phi (m^2 + \lambda_2 \Psi^2) = 0 \Rightarrow \Phi = 0, \quad (6.58)$$

και

$$\begin{aligned} \frac{dV}{d\Psi} = 0 &\Rightarrow \Psi (\lambda_1 \Psi^2 - m_\Psi^2 + \lambda_2 \Phi^2) = 0 \\ &\Rightarrow \Psi = 0 \quad \text{και} \quad \Psi = \pm \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} (\Phi_c^2 - \Phi^2)}, \end{aligned} \quad (6.59)$$

όπου $\Phi_c^2 = \lambda_1 M^2 / \lambda_2$. Η εξέλιξη του βαθμωτού πεδίου Φ είναι πολύ απλή και δίνεται στο Σχήμα 20: εάν η τιμή του κάποια αρχική χρονική στιγμή είναι Φ_i , θα αρχίσει να κυλάει στην πλαγιά του δυναμικού του ώσπου να φτάσει στο σημείο ελάχιστης ενέργειάς του, $\Phi = 0$, δίνοντας στην πορεία μια φάση πληθωριστικής διαστολής τύπου χαοτικού μοντέλου. Εάν $\Phi_i > \Phi_c$, τότε και η εξέλιξη του δεύτερου βαθμωτού πεδίου Ψ είναι εξίσου απλή: υπάρχει ένα και μόνο ελάχιστο $\Psi = 0$ προς το οποίο θα κινηθεί το πεδίο Ψ . Όταν όμως η τιμή του Φ πέσει κάτω από την κρίσιμη τιμή Φ_c , εμφανίζεται αυτόματα το δεύτερο ελάχιστο για το Ψ , που είναι και το αληθινό κενό για το σωματίδιο αυτό. Επομένως, για όσο διάστημα το Ψ παραμένει παγιδευμένο στο ψευδές κενό $\Psi = 0$, έχουμε μια επιπλέον φάση πληθωρισμού του τύπου του παλιού πληθωριστικού μοντέλου απουσία όμως του διαχωριστικού φράγματος. Όταν $\Phi < \Phi_c$, το πεδίο Ψ θα αρχίσει να κινείται προς το αληθινό κενό του, και η φάση του πληθωρισμού θα τερματιστεί.

6.4.5 Το υπο-βοηθούμενο πληθωριστικό σενάριο

Τελειώνοντας το κεφάλαιο αυτό, θα αναφερθούμε στο μοντέλο του υπο-βοηθούμενου πληθωριστικού μοντέλου (assisted inflation), το οποίο είναι άλλο ένα μοντέλο με πολλαπλά βαθμωτά πεδία. Η ιδέα είναι ιδιαίτερα απλή και μπορεί να εφαρμοστεί στα πλαίσια της θεωρίας που χρησιμοποιήθηκε για το χαοτικό μοντέλο. Εάν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα μεγάλο αριθμό βαθμωτών πεδίων N με το ίδιο δυναμικό $\lambda\Phi_j^4$, η Λαγκρανζιανή μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathcal{L} = - \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi_j \partial^\mu \Phi_j - \sum_{j=1}^N \frac{1}{4} \lambda \Phi_j^4. \quad (6.60)$$

Τα πεδία αυτά έχουν το ίδιο ακριβώς δυναμικό και επομένως την ίδια εξέλιξη στον χρόνο, άρα το σύστημα περιέχει N ταυτοτικά πεδία. Εάν ορίσουμε ένα καινούριο πεδίο και μια καινούρια σταθερά σύζευξης με τον ακόλουθο τρόπο

$$\hat{\Phi} = \sqrt{N} \Phi_j, \quad \hat{\lambda} = \frac{\lambda}{N}, \quad (6.61)$$

η Λαγκρανζιανή του συστήματος μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \hat{\Phi} \partial^\mu \hat{\Phi} - \frac{1}{4} \hat{\lambda} \hat{\Phi}^4. \quad (6.62)$$

Η παραπάνω σχέση περιγράφει ένα χαοτικό μοντέλο πληθωρισμού όπου το inflaton είναι το καινούριο πεδίο $\hat{\Phi}$. Παρατηρούμε ότι στα πλαίσια της αρχικής θεωρίας (6.60), κάθε ένα από τα σωματίδια Φ_j θα μπορούσε να δώσει μια φάση πληθωριστικής διαστολής με την προϋπόθεση ότι η αρχική τιμή του κάθε πεδίου είναι αρκετά μεγαλύτερη από την κλίμακα του Planck, M_P . Στα πλαίσια όμως της τελικής θεωρίας (6.62), το πεδίο $\hat{\Phi}$ μπορεί να κάνει το ίδιο ακόμα και αν $\Phi_j^{(i)} \ll M_P$: το μόνο που απαιτείται είναι να υπάρχουν αρκετά ταυτοτικά βαθμωτά σωματίδια στην θεωρία ούτως ώστε $\hat{\Phi}^{(i)} > M_P$. Η μέθοδος αυτή μπορεί λοιπόν να δώσει μια λύση στο πρόβλημα των αρχικών συνθηκών του χαοτικού μοντέλου. Όμως και το πρόβλημα της λεπτής ρύθμισης φαίνεται να έχει βρει λύση: ένας μεγάλος αριθμός N από ταυτοτικά βαθμωτά σωματίδια, θα οδηγήσει σε ένα ισοδύναμο σύστημα (6.60) όπου το πεδίο του inflaton θα έχει μια πολύ μικρή σταθερά σύζευξης. Παραδείγματος χάρη, εάν υποθέσουμε ότι $N = 10^{12}$, τότε μια αρκετά μεγάλη σε διάρκεια φάση πληθωρισμού μπορεί να προκύψει ακόμα και αν η αρχική τιμή του inflaton είναι 6 τάξεις μεγέθους κάτω από την κλίμακα του Planck. Επιπλέον, ακόμα και αν τα πραγματικά σωματίδια της θεωρίας είχαν σταθερές σύζευξης $\mathcal{O}(1)$, το inflaton έχει σταθερά σύζευξης 12 τάξεις μεγέθους μικρότερη και μπορεί να οδηγήσει σε διαταραχές ενέργειας με το σωστό μέγεθος.

ΛΙΣΤΑ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Τα γραφικά και σχήματα που εμφανίζονται σε αυτές τις σημειώσεις έχουν την ακόλουθη προέλευση:

- Εικόνα εξώφυλλου: <http://en.wikipedia.org>
- Σχήμα 1: <http://www.space.com> (by Jeff Johnson, 2003)
- Σχήμα 2: (α) <http://ned.ipac.caltech.edu>, (β) <http://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/>
- Σχήμα 3: <http://www.eeweb.com>
- Σχήμα 4: <http://phys.org>
- Σχήμα 5: <http://pics-about.space>
- Σχήμα 6: <http://www.astronomy.ohio-state.edu>
- Σχήμα 7: <http://abyss.uoregon.edu>
- Σχήμα 8: <http://faculty.wvu.edu>
- Σχήμα 9: <http://nrumiano.free.fr>
- Σχήμα 10: Από το βιβλίο του J. Hartle [9]
- Σχήμα 11: (α) <http://www.wpclipart.com>, (β) <http://www.atnf.csiro.au>
- Σχήμα 12: <http://en.wikipedia.org>
- Σχήμα 13: <http://www.astronomy.ohio-state.edu>
- Σχήμα 14: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>
- Σχήμα 15: <http://spacecollective.org>
- Σχήμα 16: <http://wmap.gsfc.nasa.gov>
- Σχήμα 17: <http://universeinproblems.com>
- Σχήμα 18: (α) Από το βιβλίο του G. Börner [3], (β) <http://ned.ipac.caltech.edu>
- Σχήμα 19: <http://ned.ipac.caltech.edu>
- Σχήμα 20: <http://ned.ipac.caltech.edu>

Αναφορές

- [1] A.R. Liddle, “*Introduction to Cosmology*”, John Wiley & Sons (Chichester, UK, 2003).
- [2] S. Dodelson, “*Modern Cosmology*”, Academic Press (Amsterdam, Netherlands, 2003).
- [3] G. Börner, “*The Early Universe: Facts and Fiction*”, Springer-Verlag (Heidelberg, Germany, 2003).
- [4] P. Coles and F. Lucchin, “*Cosmology: The Origin and Evolution of Cosmic Structure*”, John Wiley & Sons (Chichester, UK, 2002).
- [5] J.A. Peacock, “*Cosmological Physics*”, Cambridge University Press (Cambridge, UK, 2003).
- [6] A.R. Liddle and D.H. Lyth, “*Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*”, Cambridge University Press (Cambridge, UK, 2000).
- [7] S.M. Carroll, “*An Introduction to General Relativity: Spacetime and Geometry*”, Addison & Wesley (San Francisco, USA, 2004).
- [8] R. D’Inverno, “*Introducing Einstein’s Relativity*”, Oxford University Press (Oxford, UK, 2003).
- [9] J. B. Hartle, “*Gravity: An Introduction to Einstein’s General Relativity*”, Addison & Wesley (San Francisco, USA, 2003).
- [10] S. Weinberg, “*Gravitation and Cosmology*”, John Wiley & Sons (Chichester, UK, 1972).
- [11] K.A. Olive, “*Inflation*”, Physics Reports **190**, 307 (1990).
- [12] M. Trodden and S. Carroll, “*TASI Lectures: Introduction to Cosmology*”, astro-ph/0401547.
- [13] P.A.R. Ade, et al., (Planck Collab. 2013 XVI), arXiv: 1303.5076v1.