

Σειρά Ασκήσεων 3

Ημερομηνία παράδοσης: 25 Απριλίου 2012.

Άσκηση 1

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η εξοικίωσή σας με τον 2Δ διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) και τον υπολογισμό του σε MATLAB.

Διαβάστε την εικόνα “Lena512.jpg”, μετατρέψτε την σε double (`im2double`) και υπολογίστε τον κεντραρισμένο DFT της εικόνας (απεικόνιση των μηδενικών συχνοτήτων στο κέντρο της εικόνας με την εντολή `fftshift`).

Ο DFT είναι μιγαδικός αριθμός και συνήθως η μηδενικής συχνότητας συνιστώσα του μέτρου του είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με τις υπόλοιπες. Συνεπώς, για να απεικονιστεί καλύτερα ο μετασχηματισμός αυτό που γίνεται είναι να απεικονίζουμε την ποσότητα $\log(1+|F(k,l)|)$ για το μέτρο και $\pi + \angle F(k,l)$ για τη φάση.

α) Να δείξετε το μέτρο και τη φάση του DFT της εικόνας (χρησιμοποιήστε κατάλληλα την εντολή `abs` για το μέτρο και την εντολή `angle` για τη φάση).

β) Υπολογίστε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier (εντολή `ifft2` με όρισμα αυτό που έδωσε η `fft2`), διατηρήστε μόνο το πραγματικό μέρος και δείξτε το αποτέλεσμα. Πρέπει να σας δίνει την αρχική εικόνα. Κανονικά, το φανταστικό μέρος (αντίστοιχα η φάση) του αποτελέσματος θα πρέπει να είναι παντού μηδέν, αλλά λόγω σφαλμάτων ακρίβειας συνήθως εμφανίζεται κάποιος πολύ μικρός παράγοντας φανταστικού μέρους (αντίστοιχα φάσης).

γ) Η πληροφορία της φάσης είναι πολύ σημαντική για να υπολογίσουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό. Για να το καταλάβετε υπολογίστε τον αντίστροφο μετασχηματισμό του DFT που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα χωρίς να λάβετε υπόψη τη φάση (χρησιμοποιώντας μόνο το μέτρο του υπολογισμένου DFT και θέτοντας τη φάση ίση με μηδέν) και δείξτε την εικόνα. Να επαναληφθεί το ίδιο χρησιμοποιώντας μόνο τη φάση (με μέτρο μηδέν).

δ) Να γίνει το ίδιο χρησιμοποιώντας το μέτρο του DFT της εικόνας “Lena512.jpg” και τη φάση του DFT της εικόνας “Barbara512.jpg”.

Να παραδοθεί και ο κώδικας σε MATLAB.

Άσκηση 2

Η άσκηση σχετίζεται με την εφαρμογή ιδανικών φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας. Διαβάστε την εικόνα “Lena.jpg”. Υπολογίστε τον DFT της εικόνας και μετατοπίστε τον στο κέντρο του πλαισίου της εικόνας.

α) Υλοποιήστε ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας διατηρώντας μόνο το 51x51 κεντρικό τμήμα του DFT και εφαρμόστε το στην εικόνα.

β) Υλοποιήστε ένα ιδανικό υψιπερατό φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας μηδενίζοντας το 51x51 κεντρικό τμήμα του DFT και εφαρμόστε το στην εικόνα.

Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις να δείξετε τη φιλτραρισμένη εικόνα στο πεδίο του χώρου (αντίστροφος DFT) και τον λογάριθμο του μέτρου του DFT που αντιστοιχεί στην εικόνα.

γ) Υπολογίστε τον αντίστροφο DFT του ιδανικού χαμηλοπερατού φίλτρου που κατασκευάσατε στο ερώτημα α) και πάρτε τον DFT του αποτελέσματος. Δηλαδή, αν H είναι το ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας υπολογίστε το $G = \text{DFT}(\text{DFT}^{-1}(H))$. Να δειχθεί το μέτρο του G και να αιτιολογηθεί το αποτέλεσμα που βλέπετε σε σχέση με το H .

δ) Διαβάστε την εικόνα “LenaBarred1.jpg” και εφαρμόστε ένα φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας έτσι ώστε να μη φαίνονται τόσο έντονα οι κατακόρυφες μπάρες χωρίς ταυτόχρονα να αλλοιώνεται πολύ η εικόνα. Να δείξετε την αρχική εικόνα, το φίλτρο και την φιλτραρισμένη εικόνα και να εξηγήσετε γιατί επιλέξατε αυτό το φίλτρο. Δε με ενδιαφέρουν πολύπλοκα φίλτρα. Ένα σχετικά απλό φίλτρο είναι αρκετό.

Να παραδοθεί και ο κώδικας σε MATLAB.

Άσκηση 3

α) Υπολογίστε τον DFT της εικόνας “Lena.jpg” και μηδενίστε τη χαμηλή κεντρική συχνότητα, δηλαδή $H(0,0)=0$. Αντιστρέψτε στο πεδίο του χώρου το αποτέλεσμα. Να δείξετε την εικόνα που προκύπτει και να εξηγηθεί το αποτέλεσμα που βλέπετε.

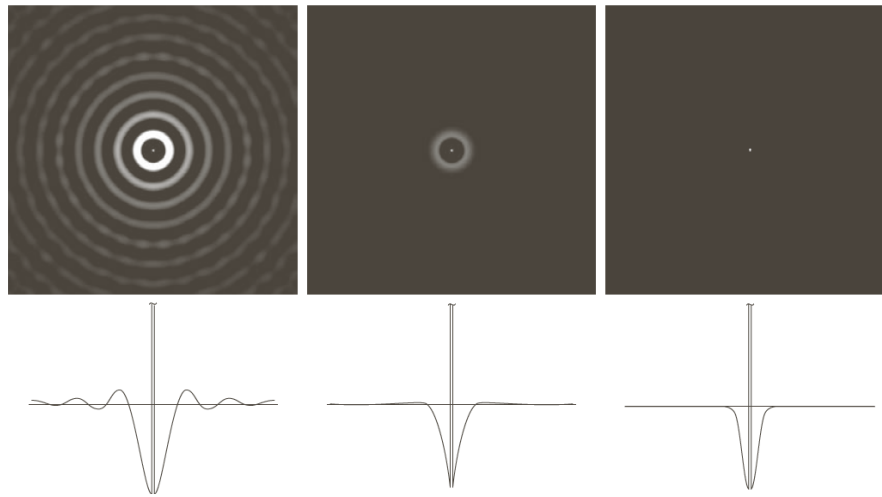
β) Υπολογίστε τη μέση τιμή της εικόνας “Lena.jpg” και συγκρίνετε το αποτέλεσμα με την τιμή του DFT στην χαμηλή κεντρική συχνότητα $H(0,0)$. Να εξηγηθεί το αποτέλεσμα που προκύπτει.

Άσκηση 4

Το κάθε υψιπερατό φίλτρο χαρακτηρίζεται, στο πεδίο του χώρου, από μία οξεία μετάβαση στο κέντρο του (βλ. σχ. 4.53 του βιβλίου που αναπαράγεται παρακάτω).

Να εξηγήσετε την προέλευση αυτής της μετάβασης.

Υπόδειξη: Ποιά είναι η σχέση ιδανικού χαμηλοπερατού και υψιπερατού φίλτρου;



a b c

FIGURE 4.53 Spatial representation of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding intensity profiles through their centers.