



Εισαγωγή στις βασικές έννοιες των Μαθηματικών

4^ο Μάθημα Συνολοθεωρία (συνέχεια) Διμελείς σχέσεις



Σύνολα

- Κάθε συλλογή αντικειμένων που θεωρούνται ως μία ολότητα. Τα αντικείμενα αυτά είναι σαφώς ορισμένα και μπορούμε να διακρίνουμε για καθένα από αυτά αν ανήκει ή όχι στο σύνολο.



Έννοιες

- Ισότητα
- Γνήσιο υποσύνολο
- Υποσύνολο
- Δυναμοσύνολο



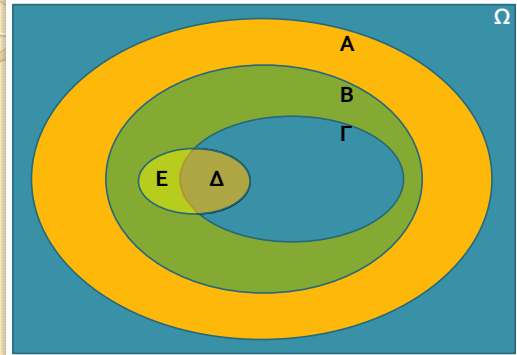
Πράξεις συνόλων

- Ένωση
- Τομή
- Διαφορά
- Συμπλήρωμα

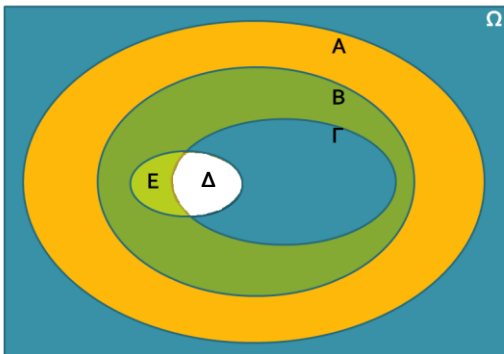
Άσκηση 1

- Αν:
 - A το σύνολο των τετραπλεύρων
 - B το σύνολο των παραλληλογράμμων
 - Γ το σύνολο των ορθ. παρ/μων
 - Δ το σύνολο των τετραγώνων
 - E το σύνολο των ρόμβων
 - Ω το σύνολο όλων των επίπεδων κλειστών σχημάτων
- βρείτε τα:
 - $A \cup B$
 - $A \cap B$
 - $\Gamma \cap \Delta$
 - $B \cap \Delta$
 - $(A \cap B) \cup \Gamma$
 - $\Delta^c - \Gamma$

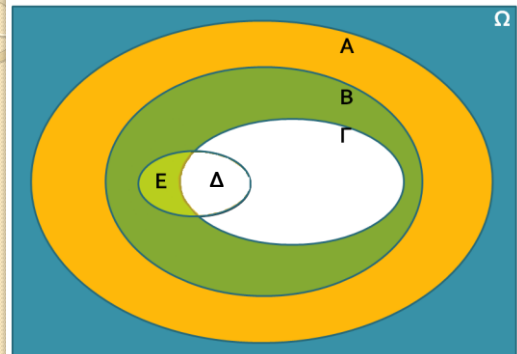
Λύση



Λύση Δ^c ή Δ'



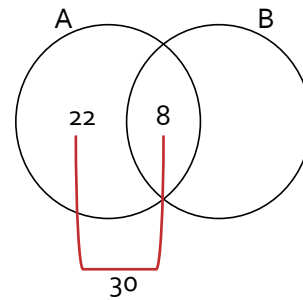
Απάντηση: Γ^c ή Γ'



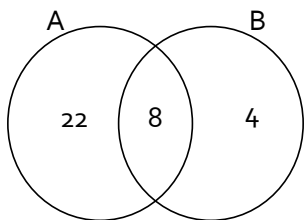
Άσκηση 2

- Ένα δημοτικό σχολείο αποφασίζει να επισκεφθεί έναν αρχαιολογικό χώρο. Η διευθύντρια του σχολείου, πριν ξεκινήσουν την επίσκεψη, όρισε 12 μαθητές και μαθήτριες ως «περιφρουρητές» της εκδρομής, από τους οποίους οι 8 ήταν παιδιά της έκτης τάξης. Κάποια στιγμή η διευθύντρια ζητά να παρουσιαστούν μπροστά της όλα τα παιδιά της έκτης τάξης και όλοι οι «περιφρουρητές». Πόσα παιδιά θα παρουσιαστούν μπροστά στη διευθύντρια, αν γνωρίζουμε ότι η έκτη τάξη έχει 30 παιδιά;
- Έστω A τα παιδιά της 6^{ης} τάξης και B οι «περιφρουρητές»..

Άσκηση 2 – Λύση



Άσκηση 2 – Λύση



Άσκηση 3

- Ρωτήσαμε 200 μαθητές και μαθήτριες σχετικά με τα ροφήματα που περιλαμβάνουν στο πρωινό τους. Οι απαντήσεις που πήραμε ήταν:
 - 28 πίνουν χυμό πορτοκάλι και γάλα και τσάι
 - 50 πίνουν χυμό πορτοκάλι και γάλα
 - 60 πίνουν γάλα και τσάι
 - 30 πίνουν χυμό πορτοκάλι και τσάι
 - 100 πίνουν γάλα
 - 65 πίνουν χυμό πορτοκάλι
 - 102 πίνουν τσάι.
- Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, πόσα παιδιά δεν πίνουν κανένα από τα τρία ροφήματα με το πρωινό τους;

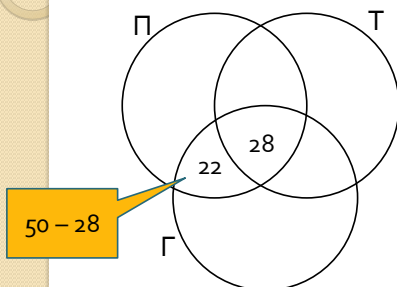
Άσκηση 3

	ΧΥΜΟΣ ΠΟΡΤΟΚΑΛΙ	ΓΑΛΑ	ΤΣΑΙ	Π+Γ
ΓΙΩΡΓΟΣ	x			
ΜΑΡΙΑ		x	x	
ΝΙΚΟΣ	x	x		x
ΔΗΜΗΤΡΗΣ				
ΤΑΣΟΣ	x	x	x	x
ΝΤΙΝΑ			x	
ΣΟΦΙΑ		x	x	
ΕΥΗ	x		x	
ΣΥΝΟΛΑ	4	4	5	2

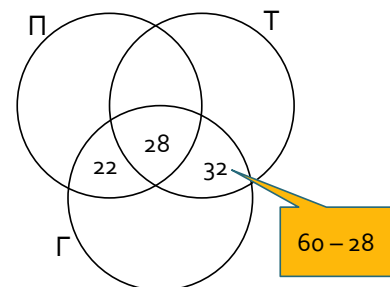
Άσκηση 3

- Ρωτήσαμε 200 μαθητές και μαθήτριες σχετικά με τα ροφήματα που περιλαμβάνουν στο πρωινό τους. Οι απαντήσεις που πήραμε ήταν:
 - 28 πίνουν χυμό πορτοκάλι και γάλα και τσάι
 - 50 πίνουν χυμό πορτοκάλι και γάλα
 - 60 πίνουν γάλα και τσάι
 - 30 πίνουν χυμό πορτοκάλι και τσάι
 - 100 πίνουν γάλα
 - 65 πίνουν χυμό πορτοκάλι
 - 102 πίνουν τσάι.
- Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, πόσα παιδιά δεν πίνουν κανένα από τα τρία ροφήματα με το πρωινό τους;

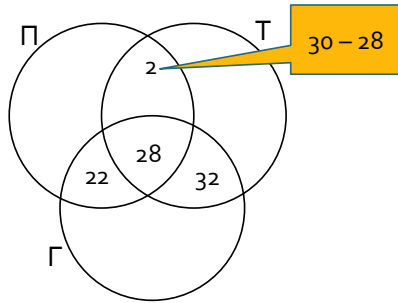
Άσκηση 3 – Λύση



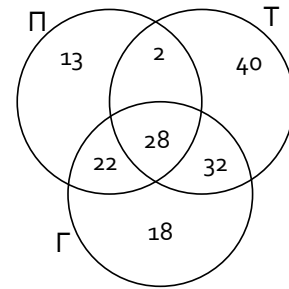
Άσκηση 3 – Λύση



Άσκηση 3 – Λύση



Άσκηση 3 – Λύση



Διατεταγμένο ζεύγος

- Έστω x, y δύο στοιχεία. Διατεταγμένο ζεύγος (x, y) ονομάζεται το νέο στοιχείο που προκύπτει αν θεωρήσουμε τα x , και y ως κάτι ενιαίο με τη συνθήκη το x να είναι πρώτο και το y δεύτερο.

(x, y)
(τετμημένη, τεταγμένη)

Καρτεσιανό γινόμενο συνόλων

- Έστω A, B δύο σύνολα. Το σύνολο όλων των διατεταγμένων ζευγών (α, β) με $\alpha \in A$ και $\beta \in B$ ονομάζεται καρτεσιανό γινόμενο του A επί το B :
 $A \times B = \{(\alpha, \beta) : \alpha \in A \wedge \beta \in B\}$

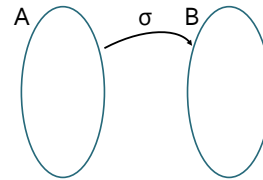
Καρτεσιανό γινόμενο συνόλων

Ιδιότητες

1. $A \times B \neq B \times A$ (όταν $A \neq B$)
2. $(A \times B) \times \Gamma \neq A \times (B \times \Gamma)$

Διμελής σχέση

- Αν A, B μη κενά σύνολα, ονομάζουμε διμελή σχέση ή αντιστοιχία από το A στο B κάθε υποσύνολο σ του $A \times B$.



Τρόποι αναπαράστασης

- Φυσική γλώσσα
- Βελοειδή διαγράμματα
- Αλγεβρικά
- Πίνακας διπλής εισόδου

Παράδειγμα

- Στη Μαρία αρέσει η Madonna.
- Στο Γιάννη αρέσουν οι Green Day και οι Radiohead.
- Στην Εύη αρέσουν οι Pink και η Madonna.

Πίνακας διπλής εισόδου

	Madonna	Green Day	Radiohead	Pink
Μαρία	x			
Γιάννης		x	x	
Εύη	x			x

Ιδιότητες διμελών σχέσεων

- Ανακλαστική: $xσy$
- Συμμετρική: $xσy \Rightarrow yσx$
- Αντισυμμετρική: $xσy \wedge yσx \Rightarrow x=y$
- Μεταβατική: $xσy \wedge yσz \Rightarrow xσz$

Ιδιότητες διμελών σχέσεων

- Ανακλαστική
 - Συμμετρική
- ➔ Ισοδυναμίας
- Μεταβατική

Σχέσεις ισοδυναμίας

- Ανακλαστική
 - Συμμετρική
- ➔ Ισοδυναμίας
- Μεταβατική

1. Παράλληλα ευθείων
2. Ομοιότητα τριγώνων

Αν Α το σύνολο των ανθρώπων μιας πόλης και σ η σχέση που αποδίδεται από την έκφραση: «ο χ είναι αδερφός του ψ», είναι η σ σχέση ισοδυναμίας;

Σχέσεις ισοδυναμίας

Έστω σ : ο φοιτητής x του Α΄ έτους που γεννήθηκε το ίδιο έτος με το φοιτητή y του Α΄ έτους
Είναι σχέση ισοδυναμίας;

Σχέσεις διάταξης

- Ανακλαστική: $x \leq x$
- Αντισυμμετρική: $x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x=y$
- Μεταβατική: $x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$

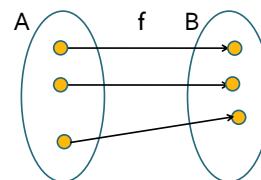
Η σχέση « \leq » είναι σχέση διάταξης;

Συνάρτηση

- Κάθε μονοσήμαντη σχέση f ενός συνόλου A σε ένα σύνολο B .
 - μονοσήμαντη: σε κάθε στοιχείο του A αντιστοιχεί ένα και μόνο ένα στοιχείο του B

Στοιχείο του συνόλου A : ανεξάρτητη μεταβλητή
Στοιχείο του συνόλου B : εξαρτημένη μεταβλητή

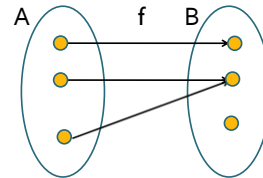
Συνάρτηση



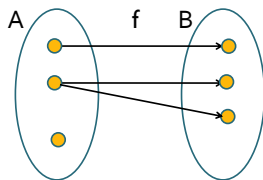
Παράδειγμα συνάρτησης

- Οι βαθμοί των φοιτητών στην τελική εξέταση στα Μαθηματικά:
 - x : φοιτητής/φοιτήτρια
 - $f(x)$: βαθμός του φοιτητή / της φοιτήτριας

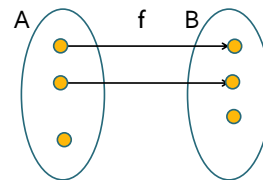
Συνάρτηση



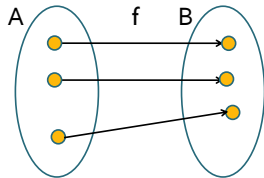
Όχι συνάρτηση



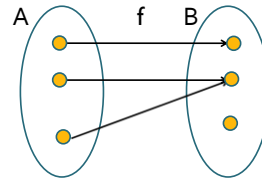
Όχι συνάρτηση



Συνάρτηση 1-1



Συνάρτηση όχι 1-1



Συνάρτηση 1-1

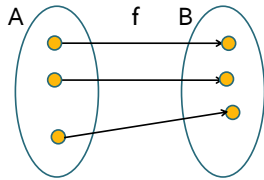
- $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

Γράψτε την ισοδύναμη σχέση της χρησιμοποιώντας το νόμο της αντιθετοαντιστροφής!

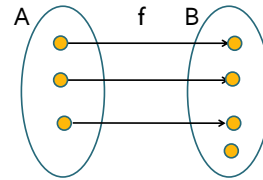
Συνάρτηση «επί»

- Κάθε στοιχείο του πεδίου τιμών έχει ένα τουλάχιστον πρότυπο από το πεδίο ορισμού.

Συνάρτηση «επί»



Συνάρτηση μη «επί»



Άσκηση

- Ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι 1-1 και ποιες είναι «επί»;

