

Εισαγωγή στις βασικές έννοιες των Μαθηματικών

6^ο Μάθημα Συναρτήσεις

Συνάρτηση

- Κάθε μονοσήμαντη σχέση f ενός συνόλου A σε ένα σύνολο B .
 - μονοσήμαντη: σε κάθε στοιχείο του A αντιστοιχεί ένα και μόνο ένα στοιχείο του B

Στοιχείο του συνόλου A : ανεξάρτητη μεταβλητή
Στοιχείο του συνόλου B : εξαρτημένη μεταβλητή

Πεδίο ορισμού συνάρτησης

- Το σύνολο από το οποίο μπορεί να πάρει τιμές η ανεξάρτητη μεταβλητή x .
 - π.χ. αν $f(x) = 1/x$ τότε πρέπει $x \neq 0$

Τιμές συνάρτησης – Λύση

- Έστω $f(x) = x^2 - 2x + 3$ και $g(x) = \sqrt{x+6}$
Υπολογίστε τα:
 - $f(3) = 6$, $g(3) = 3$
 - $f(0) = 3$, $g(0) = \sqrt{6}$
 - $f(x^3) = (x^3)^2 - 2x^3 + 3 = x^6 - 2x^3 + 3$

Γραφική παράσταση συνάρτησης

- Έστω A, B δύο σύνολα. Το σύνολο όλων των σημείων $(x, f(x))$ με $x \in A$ και $f(x) \in B$ ονομάζεται **γραφική παράσταση της f** .

Γραφική παράσταση συνάρτησης

Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2x^2 - 4$, με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

Θέτω «συμμετρικές» τιμές στην ανεξάρτητη μεταβλητή x επειδή γνωρίζω ότι η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική ως προς τον άξονα y .

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | | | | | | | |

Γραφική παράσταση συνάρτησης

Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2x^2 - 4$, με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

$$f(-3) = 2(-3)^2 - 4 = 2 \cdot 9 - 4 = 18 - 4 = 14$$

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 14 | | | | | | |

Γραφική παράσταση συνάρτησης

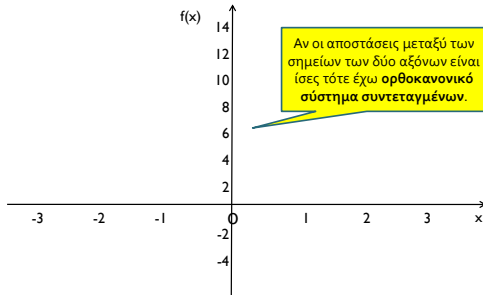
Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2x^2 - 4$, με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|---|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 14 | 4 | -2 | -4 | -2 | 4 | 14 |

Επόμενο βήμα: «τοποθετώ» τα παραπάνω σημεία σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

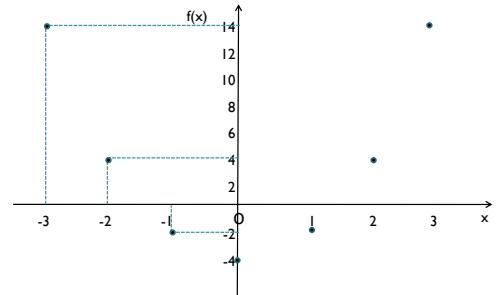
Γραφική παράσταση συνάρτησης

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|----|----|---|----|
| f(x) | 14 | 4 | -2 | -4 | -2 | 4 | 14 |



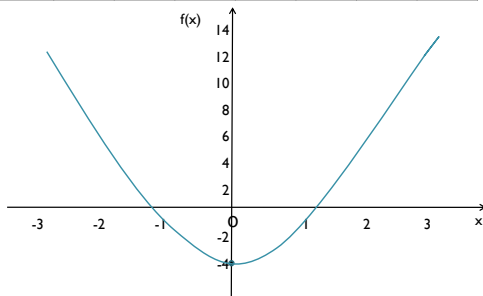
Γραφική παράσταση συνάρτησης

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|----|----|---|----|
| f(x) | 14 | 4 | -2 | -4 | -2 | 4 | 14 |



Γραφική παράσταση συνάρτησης

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|----|----|---|----|
| f(x) | 14 | 4 | -2 | -4 | -2 | 4 | 14 |

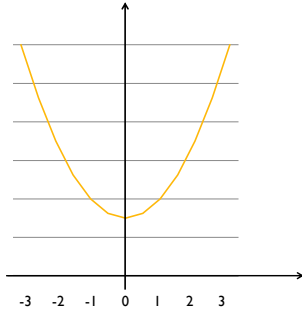


Γραφική παράσταση συνάρτησης

Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = x^2 + 3$, με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|---|---|---|----|
| f(x) | 12 | 7 | 4 | 3 | 4 | 7 | 12 |

Γραφική παράσταση συνάρτησης



Γραφική παράσταση συνάρτησης

- Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων με τύπους:
 $f(x) = 2x - 2$
 $g(x) = 2x + 2$
 και κοινό πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.
 Τι παρατηρείτε;

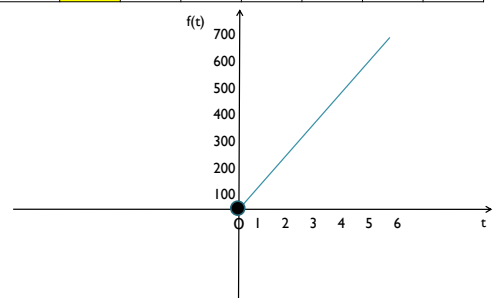
Γραφική παράσταση συνάρτησης

| | | | | |
|------|--|----|---|--|
| x | | 0 | 1 | |
| f(x) | | -2 | 0 | |
| g(x) | | 2 | 4 | |

- Γνωρίζοντας ότι η γραφική παράσταση των f, g είναι ευθεία, απαιτούνται **μόνο δύο** σημεία για τη σχεδίασή της.

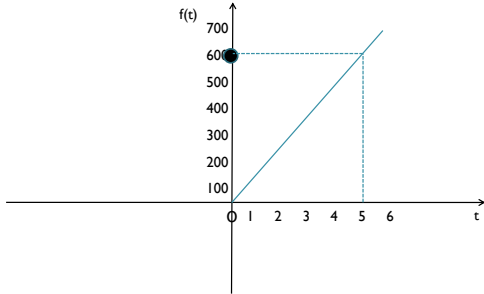
Γραφική παράσταση συνάρτησης

| | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|---|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| f(t) | 0 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |



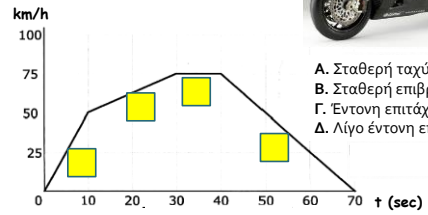
Γραφική παράσταση συνάρτησης

| | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|-----|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| f(t) | 0 | ? | ? | ? | ? | 600 | ? |



Ερμηνεία γραφικών παραστάσεων

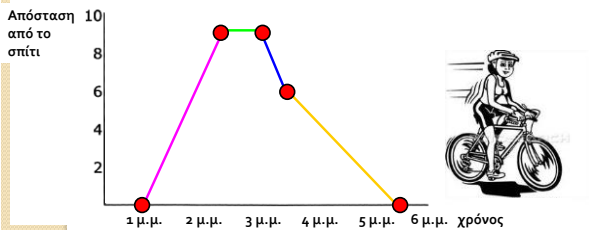
Επιλέξτε το σωστό γράμμα που περιγράφει την κατάσταση της μηχανής.



- A. Σταθερή ταχύτητα 75 km/h
- B. Σταθερή επιβράδυνση
- Γ. Έντονη επιτάχυνση
- Δ. Λίγο έντονη επιτάχυνση

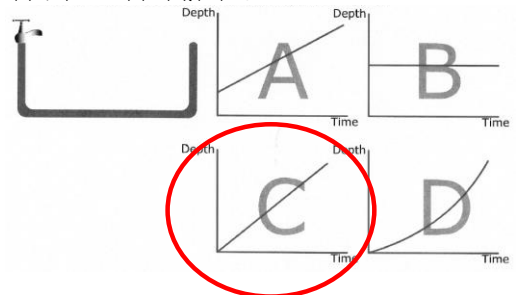
Σχεδίαση γραφ. παραστάσεων

Σχεδιάστε ένα διάγραμμα που να αναπαριστά το ταξίδι της ποδηλάτριας. Στη 1:00 μ.μ. ξεκινάει το ταξίδι της συνολικής απόστασης 9 km. Φτάνει στον προορισμό της στις 2:30 μ.μ. Παραμένει εκεί για 45 λεπτά. Μετά ξεκινάει το ταξίδι της επιστροφής: αρχικά ταξιδεύει 3 km σε 30 λεπτά. Μετά όμως τρύπησε το ένα της λάστιχο και χρειάστηκε 2 ώρες για να διανύσει την υπόλοιπη απόσταση των 6 km.



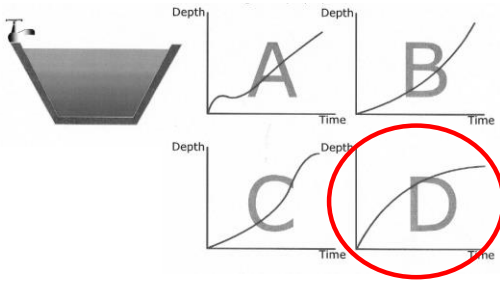
Ποια γραφική παράσταση;

Ποιο διάγραμμα αναπαριστά το βάθος του νερού της μπανιέρας όταν γεμίζει με σταθερή παροχή νερού;



Ποια γραφική παράσταση;

Ποιο διάγραμμα αναπαριστά το βάθος του νερού της μπανιέρας όταν γεμίζει με σταθερή παροχή νερού;



Συστήματα αρίθμησης

Θεσιακά συστήματα αρίθμησης

A. Δεκαδικό

2 9 7 6

2 χιλιάδες 9 εκατοντάδες 7 δεκάδες 6 μονάδες
(10^3) (10^2) (10^1) (10^0)

Θεσιακά συστήματα αρίθμησης

B. Δυαδικό

1 0 1 1

1 οκτάδα 0 τετράδες 1 δυάδα 1 μονάδα
(2^3) (2^2) (2^1) (2^0)

Θεσιακά συστήματα αρίθμησης

Γ. Οκταδικό

| | | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| 5 | 7 | 4 | 1 |
| 5 512-άδες (8 ³) | 7 εξηντατετράδες (8 ²) | 4 οκτάδες (8 ¹) | 1 μονάδα (8 ⁰) |

Άσκηση 1

- Αναλύστε τους αριθμούς:
 - 4321₅
 - 5460₇

Άσκηση 1 – λύση

Πενταδικό σύστημα

| | | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| 4 125-άδες (5 ³) | 3 εικοσιπεντάδες (5 ²) | 2 πεντάδες (5 ¹) | 1 μονάδα (5 ⁰) |

Άσκηση 1 – λύση

Επταδικό σύστημα

| | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 5 | 4 | 6 | 0 |
| 5 343-άδες (7 ³) | 4 49-άδες (7 ²) | 6 επτάδες (7 ¹) | 0 μονάδες (7 ⁰) |

Άσκηση 2

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:
 - 111_2
 - 35_6
 - 77_8
 - 1200_5

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:
 - 111_2

| | | | |
|-------|-------|--------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | προηγούμενος |
| | | | -1 |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα | |

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:
 - 111_2

| | | |
|-------|-------|--------|
| 1 | 1 | 0 |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα |

Άσκηση – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:
 - 111_2

| | | | |
|-------|-------|--------|----------|
| 1 | 1 | 1 | επόμενος |
| | | | +1 |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα | |

Άσκηση – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

| | | |
|-------|-------|--------|
| 1 | 1 | 1+1 |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα |

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

| | | | | |
|-------|-------|--------|-----|-------|
| 1 | 1 | 1+1 | = 1 | 2-άδα |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα | | |

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

| | | |
|-------|-------|--------|
| 1 | 1+1 | 0 |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα |

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

| | | | | |
|-------|-------|--------|-----|-------|
| 1 | 1+1 | 0 | = 1 | 4-άδα |
| 4-άδα | 2-άδα | μονάδα | | |

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

$$1+1 \quad 0 \quad 0$$

4-άδα 2-άδα μονάδα

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

$$= 1 \text{ 8-άδα}$$

$$1+1 \quad 0 \quad 0$$

4-άδα 2-άδα μονάδα

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2

$$1 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

8-άδα 4-άδα 2-άδα μονάδα

Άσκηση 2 – λύση

- Βρείτε τον προηγούμενο και τον επόμενο των αριθμών:

- 111_2 110_2 και 1000_2

- 35_6 34_6 και 40_6

- 77_8 76_8 και 100_8

- 1200_5 1144_5 και 1201_5