

## Εισαγωγή στις βασικές έννοιες των Μαθηματικών

### 1ο Μάθημα Επανάληψη Μαθηματική Λογική

## Λογικοί Σύνδεσμοι

Λογικός σύνδεσμος	Διαβάζεται	Λογική πράξη
$\neg$ ή $-$	όχι	Άρνηση
$\vee$	..ή.. (ή και)	Εγκλειστική Διάζευξη
$\underline{\vee}$	ή μόνο...ή μόνο	Αποκλειστική Διάζευξη
$\wedge$	και	Σύζευξη
$\rightarrow$	εάν,..., τότε	Συνεπαγωγή
$\leftrightarrow$	... εάν, και μόνο εάν	Ισοδυναμία

## Άρνηση

- Βρείτε τις αρνήσεις των προτάσεων:
  1. Σήμερα δεν είναι Πέμπτη.
  2. Ο αριθμός είναι περιττός.
  3. Το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
  4.  $2x < 4$
  5. Όλα τα στοιχεία του A είναι μεγαλύτερα του 17.
  6. Στο αμφιθέατρο υπάρχουν το πολύ 10 άνδρες.

## Άρνηση

Προσοχή στο νόημα των εκφράσεων:

- **τουλάχιστον**
- **το πολύ**
- **περισσότερο από**
- **λιγότερο από**

## Συνεπαγωγή

- $p$ : Το ποτήρι περιέχει βότκα
- $q$ : Υπάρχει αλκοόλ στο ποτήρι
- $p \rightarrow q$ : Εάν το ποτήρι περιέχει βότκα τότε υπάρχει αλκοόλ στο ποτήρι

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
A	A	<b>A</b>
A	$\Psi$	<b><math>\Psi</math></b>
$\Psi$	A	<b>A</b>
$\Psi$	$\Psi$	<b>A</b>

## Συνεπαγωγή

- $p$ : Με απατάς
- $q$ : Σε χωρίζω
- $p \rightarrow q$ : Αν με απατήσεις θα σε χωρίσω

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
A	A	<b>A</b>
A	$\Psi$	<b><math>\Psi</math></b>
$\Psi$	A	<b>A</b>
$\Psi$	$\Psi$	<b>A</b>

## Κρυμμένες συνεπαγωγές

- Ο βήχας και ο έρωτας δεν κρύβονται
- Η είσοδος δεν επιτρέπεται σε ανήλικους
- Το παραλληλόγραμμο που έχει μία γωνία ορθή ονομάζεται ορθογώνιο.

## Σύνθετες προτάσεις

1. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 180 μοίρες και ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο.
2. Αν ο 5 είναι περιττός, τότε αν ο 3 είναι περιττός, σήμερα είναι Πέμπτη.
3. Το 5 διαιρεί το 15 όταν και μόνο όταν το 6 δεν είναι περιττός.
4. Δεν ισχύει ότι: το 17 είναι περιττός και το 2 δεν είναι άρτιος.

### Σύνθετες προτάσεις

- Να βρεθεί η τιμή αληθείας των παρακάτω προτάσεων

$$\overline{(7 > 4)}$$

$$(4 < 3) \vee (8 > 3)$$

$$(4 < 3) \wedge (8 > 3)$$

$$(2 < 4) \rightarrow (2 > 4)$$

$$(5 \geq 5) \rightarrow [(5 > 2) \wedge (4 \geq 7)]$$

### Σύνθετες προτάσεις

Να βρεθεί η τιμή αληθείας της πρότασης

$$[(p \rightarrow \bar{q}) \vee (p \wedge \bar{q})] \wedge (p \leftrightarrow q)$$

αν δίνεται ότι:

1. Η  $p$  είναι αληθής, η  $q$  αληθής
2. Η  $p$  είναι ψευδής, η  $q$  αληθής

### Άσκηση

- Αν η πρόταση  $p \rightarrow q$  είναι ψευδής, να βρεθεί η τιμή αληθείας της πρότασης:

$$(\bar{p} \rightarrow \bar{q}) \vee (p \leftrightarrow q)$$

Πότε η πρόταση  $p \rightarrow q$   
είναι ψευδής;

### Άσκηση

- Κατασκευάστε τους πίνακες αληθείας των ακόλουθων σύνθετων προτάσεων:

$$\overline{(p \wedge q)} \rightarrow (p \vee \bar{q})$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

## Χρήσιμες ταυτολογίες (Νόμοι)

$\overline{(\overline{p})} \leftrightarrow p$	Διπλής άρνησης
$\overline{(p \wedge \overline{p})}$	Αντίφασης
$p \vee \overline{p}$	Συμπληρώματος
$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$	Αντιμεταθετικότητα
$\overline{(p \wedge q)} \leftrightarrow (\overline{p} \vee \overline{q})$	De Morgan Σύζευξης
$\overline{(p \vee q)} \leftrightarrow (\overline{p} \wedge \overline{q})$	De Morgan Διάζευξης
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\overline{q} \rightarrow \overline{p})$	<b>Αντιθετοαντιστροφής</b>

## Νόμος της αντιθετοαντιστροφής

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\overline{q} \rightarrow \overline{p})$$

- Αν ένα αυτοκίνητο είναι Ferrari, τότε είναι γρήγορο αυτοκίνητο.

Ποια είναι η ισοδύναμή της πρότασης;

## Περί συνόλων

### Σύνολα

- Κάθε συλλογή αντικειμένων που θεωρούνται ως μία ολότητα. Τα αντικείμενα αυτά είναι σαφώς ορισμένα και μπορούμε να διακρίνουμε για καθένα από αυτά αν ανήκει ή όχι στο σύνολο.



## Έννοιες

- Ισότητα
- Γνήσιο υποσύνολο
- Υποσύνολο
- Δυναμοσύνολο



## Πράξεις συνόλων

- Ένωση
- Τομή
- Διαφορά
- Συμπλήρωμα



## Άσκηση

- Αν  $A = \{6, 7, 8, 9\}$   $B = \{6, 8, 10\}$   $\Gamma = \{5, 7, 9\}$   
βρείτε τα:
  - $A \cap B$
  - $A \cup B$
  - $(A - B) \cup \Gamma$
  - $(A \cap B) \cup \Gamma$
  - $B - \Gamma$