

## Διδακτική Μαθηματικών II

**Μάθημα 1ο°  
Αξιολόγηση  
Είδη ερωτήσεων**

## Μαθηματικές δεξιότητες

- Μαθηματική σκέψη
- Μαθηματική δικαιολόγηση
- Επίλυση προβλήματος
- Επικοινωνία
  - Χρήση εργαλείων
  - Αναπαραστάσεις
  - Συμβολική, τυπική, καθημερινή γλώσσα
  - Αλληλοκατανόηση
- Μοντελοποίηση

## Μαθηματικοποίηση

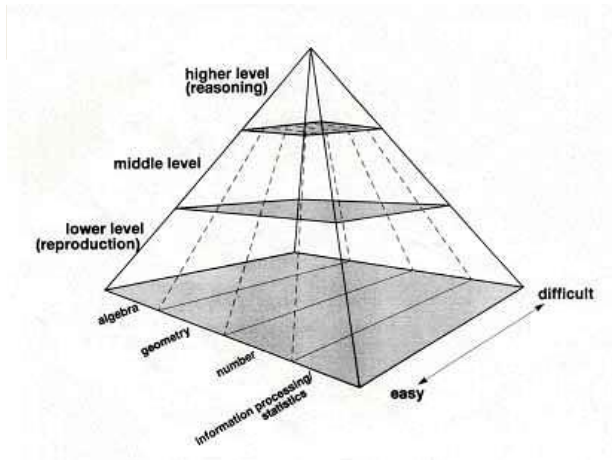
### Οριζόντια

- Αναγνώριση των μαθηματικών εννοιών που περιέχονται στο πλαίσιο
- Σχηματοποίηση και οπτικοποίηση του προβλήματος
- Αναγνώριση σχέσεων-κανονικότητων
- Αναγνώριση ομοιοτήτων με παρόμοια προβλήματα

## Μαθηματικοποίηση

### Κατακόρυφη

- Αναπαράσταση σχέσεων μέσω τύπου
- Απόδειξη κανονικότητων
- Προσαρμογή ή και συνδυασμός μοντέλων
- Γενίκευση



## Πιθανοί κίνδυνοι

Ηλικίες: 12-13, Επίπεδο: 2

Πιθανές λύσεις:

1. Καταγραφή όλων των δυνατών συνδυασμών:

κ - π   π - κ   κ - μ  
κ - κ   π - μ   κ - μ  
κ - μ   π - π   μ - π  
κ - π

2. Για το πρώτο χρώμα έχει 5 επιλογές και για το δεύτερο 4 επιλογές. Άρα οι δυνατοί συνδυασμοί είναι  $5 \times 4 = 20$  ζευγάρια. Όμως υπάρχουν όλοι οι συνδυασμοί δύο φορές, άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι το 10.

Άλλη απάντηση:

- Είναι αδύνατο να απαντήσουμε!
- Γιατί;
- Γιατί μπορεί να ανακατέψει τα χρώματα, οπότε δεν θα τελειώσει ποτέ!

## Επίπεδα δεξιοτήτων

1. Αναπαραγωγή, ορισμοί, υπολογισμοί και άλλες τεχνικές
2. Πραγματοποίηση συνδέσεων για την επίλυση προβλημάτων
3. Μαθηματοποίηση, αφαίρεση, γενίκευση, απόδειξη, διορατικότητα

## Επίπεδο 1

1. **Ορισμοί**
  - Τι είναι το ισόπλευρο τρίγωνο;
  - Κάντε ένα σχήμα με δύο παράλληλες γραμμές.
2. **Υπολογισμοί**
  - Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της  $y = 3x - 2$
  - Υπολογίστε το  $3674:26$
  - Λύστε την εξίσωση:  $x^2 + 3x - 17 = 0$
3. **Απλή εφαρμογή**
  - Υπολογίστε την περιφέρεια κύκλου με ακτίνα 7 cm.
  - Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο τα μήκη των δύο κάθετων πλευρών είναι 6 cm και 7 cm αντίστοιχα, βρείτε το μήκος της υποτεινουσας.

## Επίπεδο 2

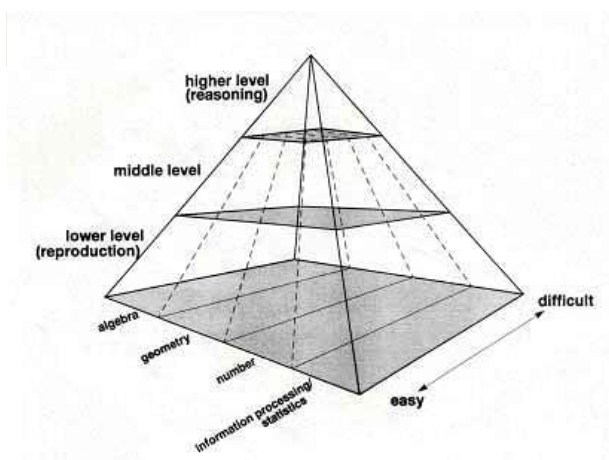
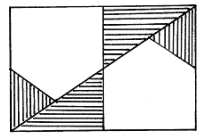
### • Συνδέσεις

- Η Σοφία έβγαλε μια φωτοτυπία μειώνοντας το μέγεθος του αρχικού εγγράφου στο 60%. Όμως το αποτέλεσμα δεν την ικανοποίησε, γι' αυτό πήρε το αντίγραφο και έβγαλε μια φωτοτυπία αυτού στο 140% του μεγέθους του, ελπίζοντας το νέο αντίγραφο να έχει τις αρχικές διαστάσεις. Είχε δίκιο; Εξηγήστε την απάντησή σας.

## Επίπεδο 3

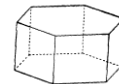
### • Μαθηματικοποίηση καταστάσεων

- Ο θείος Πέτρος έφερε μια σακούλα με καραμέλες για τους 3 μας. «Να τις μοιραστείτε δίκαια» είπε. Πώς θα το κάνετε αυτό;
- Εξηγήστε γιατί το άσπρο τμήμα του ορθογωνίου είναι μεγαλύτερο από το γραμμοσκιασμένο τμήμα.



## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 1

1. Συμπληρώστε το κενό:  
Ο κύβος έχει ... ακμές.
2. Βρείτε τον αριθμό των ακμών που έχει το κουτί γλυκών της εικόνας.



3. Έστω ένας ξύλινος κύβος, από τον οποίο κόβετε ένα κομμάτι από κάθε μια από τις 4 κορυφές του. Πόσες ακμές έχει το νέο στερεό;

## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 1

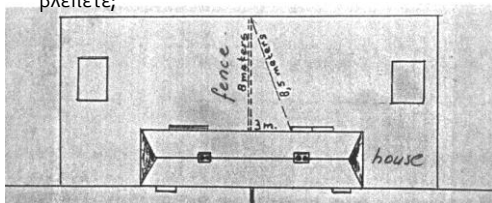
1. Υπολογίστε το  $237 - 46$
2. Διαβάζω τη σελίδα 46 ενός βιβλίου, το οποίο έχει 237 σελίδες. Πόσες σελίδες μου απομένουν;
3. Το άλμπουμ γραμματοσήμων μου έχει 56 σελίδες. Σε κάθε σελίδα χωράνε 28 γραμματόσημα. Αν θέλω να βρω πόσα γραμματόσημα χωράνε συνολικά στο άλμπουμ ποια από τις παρακάτω πράξεις πρέπει να κάνω;  
 $56 : 28$     $84 - 28$     $56 + 28$     $28 \times 56$   
 $28 : 56$     $56 \times 28$     $28 + 56$     $56 - 28$

## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 2

- Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου είναι 21, 14 και 16. Πρόκειται για ορθογώνιο τρίγωνο;

## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 2

- Η εικόνα δείχνει δύο γειτονικά σπίτια, τα οποία μοιράζονται την πίσω αυλή τους. Οι γείτονες θέλουν να χτίσουν ένα φράχτη που να χωρίζει την αυλή στη μέση. Στην εικόνα φαίνονται οι μετρήσεις που έκαναν. Για παράδειγμα, το μήκος του φράχτη θα είναι 8 μέτρα. Ο φράχτης θα πρέπει να είναι κάθετος στον τοίχο των σπιτιών. Ισχύει αυτό σύμφωνα με τις μετρήσεις που βλέπετε;



## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 2

- Ο Τζον είναι ένας παπαγάλος που η μόνη λέξη που ξέρει είναι: «ένα». Πρέπει λοιπόν να του δώσουμε ερωτήσεις των οποίων η απάντηση είναι ένα...

## Βαθμοί δυσκολίας – Επίπεδο 2

Handwritten mathematical problems and solutions for Level 2:

*enoi*

$10 - 9 = 1$   
 $7 - 5 = 2$   
 $4 - 3 = 1$   
 $5 - 4 = 1$   
 $2 - 1 = 1$   
 $6 - 6 = 0$   
 $0 - 1 = -1$   
 $20 - 19 = 1$   
 $5 - 4 = 1$   
 $0 + 0 - 5 = -5$   
 $0 + 7 - 6 = 1$

*WAKOE*

$100 - 99 = 1$   
 $200 - 199 = 1$   
 $300 - 299 = 1$   
 $400 - 399 = 1$   
 $500 - 499 = 1$   
 $600 - 599 = 1$   
 $700 - 699 = 1$   
 $800 - 799 = 1$   
 $900 = 899 = 1$   
 $100 = 999 = 1$

$71 - 70 = 1$   
 $81 - 80 = 1$   
 $91 - 90 = 1$   
 $101 - 100 = 1$   
 $61 - 60 = 1$   
 $51 - 50 = 1$   
 $31 - 30 = 1$

*Kostas*

## Επίπεδο 3

- Μαθηματικοποίηση
- Μαθηματική σκέψη, δικαιολόγηση και απόδειξη
- επικοινωνία
- γενίκευση
- ανάπτυξη νέων στρατηγικών και μοντέλων
- διάκριση μεταξύ σχετικής και μη πληροφορίας
- ενσωμάτωση δεξιοτήτων των προηγούμενων επιπέδων
- υποθέσεις για πληροφορίες που λείπουν
- απαντώ σε ερωτήσεις αλλά θέτω και ερωτήσεις

## Επίπεδο 3

- Ο μικρός σου αδερφός θέλει να του εξηγήσεις γιατί το  $\frac{4}{5}$  είναι μεγαλύτερο από το  $\frac{4}{7}$ . Πώς θα το κάνεις;

## Επίπεδο 3 - Μαθηματικοποίηση

- Σε ποιο από τα 2 χωράφια αντιστοιχεί μεγαλύτερος χώρος για βοσκή σε κάθε αγελάδα;



## Επίπεδο 1;



Πόσα πλακάκια έχει το πάτωμα της κουζίνας;  
Μπορείς να υπολογίσεις, χωρίς να σηκώσεις το χαλί;

.....

2

## Επίπεδο 2;



Όλοι αυτοί θέλουν να πάρουν ταξί για το αεροδρόμιο.  
Κάθε ταξί χωράει 3 επιβάτες. Πόσα ταξί θα χρειαστούν;



Απάντησε! Θα χρειαστούν ..... ταξί.

3

## Τύποι ερωτήσεων - δραστηριοτήτων

- πολλαπλής επιλογής
- σύντομης απάντησης
- εκτεταμένης απάντησης
- πολλαπλών ερωτήσεων
- διερεύνησης
- δύο σταδίων
- κατασκευής

## Πολλαπλής επιλογής

- Δεν πληροφορούν για τον τρόπο λύσης
- Χρησιμοποιούνται σε σταθμισμένα τεστ, άρα δεν μπορούμε να τις αποφύγουμε.
- Βαθμολογούνται γρήγορα.
- Συνήθως μπορούν να απαντηθούν μόνο με την κοινή λογική.
- Μπορούν να απαντηθούν με λάθος τρόπο χωρίς να μπορούμε να το διακρίνουμε.
- Καλές ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής είναι δύσκολο να σχεδιαστούν.
- Μπορούν να απαντηθούν λαθεμένα εξαιτίας ασήμαντων λαθών υπολογισμού.

## Πολλαπλής επιλογής

- Αν ο μαθητής κάνει κάποιο υπολογιστικό λάθος ενδεχομένως να μπορέσει να το επισημάνει
  - ... αρκεί το λαθεμένο αποτέλεσμα να μην περιλαμβάνεται στις πιθανές απαντήσεις
- Ευνοούν τους μαθητές που ο τρόπος γραφής και σκέψης δεν είναι γραμμικός
  - ... άρα θα χρειάζονταν περισσότερο χρόνο για να καθαρογράψουν την απάντηση.

## Πολλαπλής επιλογής

- Ποια από τις παρακάτω πράξεις έχει το μεγαλύτερο αποτέλεσμα;
  - $35 \times 0,40$
  - $35 \times 0,041$
  - $35 \times 0,044$
  - $35 \times 0,399$

## Πολλαπλής επιλογής

- Η τιμή ενός πίνακα αυξήθηκε κατά 15%. Στη συνέχεια, η νέα τιμή αυξήθηκε πάλι κατά 15%. Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό της αύξησης της αρχικής τιμής;
  - 15%
  - 20%
  - 25%
  - 30%
  - Άλλο

## Πολλαπλής επιλογής

- Η διαφορά μεταξύ του μισού ενός αριθμού και του  $\frac{1}{5}$  του ίδιου αριθμού είναι 561. Ο ζητούμενος αριθμός είναι:
  - A. 168
  - B. 2805
  - C. 1870
  - D. 5610
  - E. 187

Οι απαντήσεις A και E είναι πολύ μικροί αριθμοί και το D είναι πολύ μεγάλος. Το μισό του 2805 (στο B) δεν είναι ακέραιος, άρα σωστή απάντηση είναι η C.

## Πολλαπλής επιλογής

- Τι ποσοστό του 36 είναι το 27;
  - 36%
  - 50%
  - 66  $\frac{3}{4}$  %
  - 75%

Το 27 είναι πάνω από το μισό του 36, άρα το Α και το Β είναι λάθος. Είναι λοιπόν ή το C ή το D. Το C είναι δύσκολο, άρα επιλέγω το D.

## Πολλαπλής επιλογής

- Σε ένα δελτίο πρόγνωσης καιρού είδατε την ακόλουθη εικόνα:



Τι σημαίνει ότι υπάρχει 30% πιθανότητα βροχής για αύριο;

- Το 30% των 12 ωρών είναι περίπου 3  $\frac{1}{2}$  ώρες, άρα θα έχουμε 3  $\frac{1}{2}$  ώρες βροχής.
- Το 30% είναι μικρότερο του  $\frac{1}{2}$ , άρα θα έχουμε βροχή για λιγότερο από τη μισή αυριανή μέρα.
- Το 30% είναι μικρότερο του 50% άρα είναι περισσότερο πιθανό να μην έχουμε βροχή αύριο.
- Δεν μπορώ να απαντήσω γιατί το δελτίο καιρού πολλές φορές δεν επαληθεύεται.

## Πολλαπλής επιλογής

- Κατασκευάστε μία ερώτηση πολλαπλής επιλογής για την έννοια:
  - Πρόσθεση κλασμάτων
  - Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
  - Σύγκριση δεκαδικών αριθμών
  - Ποσοστά
  - Εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου

## Σύντομης απάντησης

- Δίνοντας μια μη ολοκληρωμένη απάντηση ο μαθητής θα πάρει κάποιες μονάδες.
- Δεν παρασύρεται ο μαθητής από τις λαθεμένες απαντήσεις.
- Δεν παρασύρεται ο μαθητής στο να επιλέξει μια απάντηση χωρίς να κάνει υπολογισμούς.
- Μια αναπάντεχη απάντηση παρέχει στο δάσκαλο ενδείξεις για λαθεμένη στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε από το μαθητή.



## Σύντομης απάντησης

### Εργασίες

1. Σε 100 γραμμ. δημητριακών υπάρχουν 440 θερμίδες.
- Πόση είναι η θερμιδική αξία 25 γραμμ. δημητριακών (μια μικρή μερίδα);

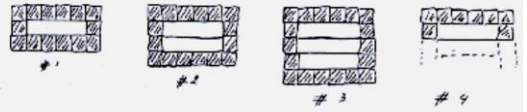


- Πόση είναι η θερμιδική αξία όλης της συσκευασίας;

## Ανάπτυξης

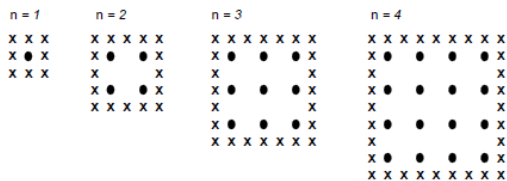
Αν οι περισσότεροι μαθητές χρησιμοποιήσουν άτυπες στρατηγικές, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει τον αριθμό των γκρι πλακών του 100<sup>ου</sup> σχηματισμού.

- Η εικόνα δείχνει ένα μοτίβο που αποτελείται από γκρι και άσπρες πλάκες. Για τον πρώτο σχηματισμό χρειάζεστε μία άσπρη και 14 γκρι πλάκες. Πόσες γκρι πλάκες θα χρειαστείτε για τον 14<sup>ο</sup> σχηματισμό;



## Πολλαπλών ερωτήσεων

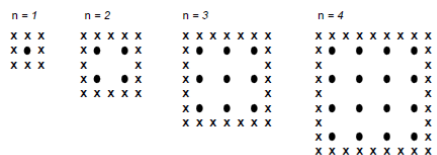
- Ένας γεωργός καλλιεργεί μηλιές σε τετραγωνικό σχηματισμό. Για να τις προστατέψει φύτεψε κωνοφόρα δέντρα γύρω τους, όπως δείχνει το σχήμα.



## Πολλαπλών ερωτήσεων

1. Συμπληρώστε τον πίνακα.

| v | μηλιές | κωνοφόρα |
|---|--------|----------|
| 1 | 1      | 8        |
| 2 | 4      |          |
| 3 |        |          |
| 4 |        |          |
| 5 |        |          |



## Πολλαπλών ερωτήσεων

2. Υπάρχουν δύο τύποι που μπορούν να μας δώσουν τον αριθμό των μηλιών και των κωνοφόρων:
- **Αριθμός μηλιών =  $v^2$**
  - **Αριθμός κωνοφόρων =  $8v$**   
όπου  **$v$  ο αριθμός των σειρών από μηλιές.**
- Για ποια τιμή του  $v$  ο αριθμός των μηλιών ισούται με τον αριθμό των κωνοφόρων;  
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

## Πολλαπλών ερωτήσεων

3. Ο γεωργός θέλει να φτιάξει ένα πολύ μεγαλύτερο σχηματισμό από δέντρα. Καθώς ο σχηματισμός μεγαλώνει, ποιο αυξάνεται πιο γρήγορα, ο αριθμός των μηλιών ή ο αριθμός των κωνοφόρων; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.