

Κλασσική Μηχανική. Ασκήσεις 21.10.2013

Διδάσκων Καθηγητής: Γ.Κ. Λεοντάρης

- Επαναλάβετε πρώτα την ακόλουθη γνωστή άσκηση: μελέτη της κίνησης κατά τη βολή σώματος μάζας m από το έδαφος με αρχική ταχύτητα $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$. Εύρεση της γωνίας βολής για να έχουμε το μέγιστο βεληνεκές.
Στη συνέχεια, υπολογίστε τη γωνία βολής έτσι ώστε το εμβαδό μεταξύ της καμπύλης τροχιάς και του οριζόντιου εδάφους να είναι μέγιστο.
- Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια σε ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή $t = t_0$ ευρίσκεται στην αρχή συστήματος συντεταγμένων $x_0 = 0$ ενώ δρά επ' αυτού δύναμη ανάλογη της απόστασης $F = \pm kx$ με $k > 0$. Να μελετηθεί η κίνηση και να σχεδιαστεί το διάστημα ως συνάρτηση του χρόνου.
- Στο μάθημα υπολογίσαμε το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dQ}{1-Q^2} = \arctan(Q)$$

Επαναλάβετε τον υπολογισμό με το ακόλουθο τέχνασμα. Γράψτε πρώτα τον παρονομαστή

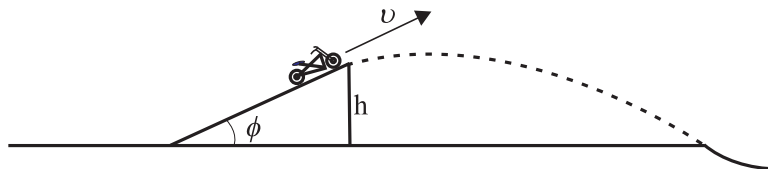
$$\frac{1}{1-Q^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-Q} + \frac{1}{1+Q} \right)$$

και στη συνέχεια υπολογίστε τα δύο ολοκληρώματα. Συσχετίστε τα αποτελέσματά σας και δείξτε ότι ταυτίζονται.

Υπολογίστε τους δύο πρώτους όρους της ανάπτυξης σε σειρά *Taylor* των συναρτήσεων που είδαμε στις ασκήσεις του μαθήματος

$$\tanh(x), \ln(\cosh(x))$$

- Αναβάτης σε μηχανή επιχειρεί επικίνδυνο άλμα από εξέδρα ύψους h . Αν η μέγιστη ταχύτητά του είναι \vec{v} , να βρεθεί η γωνία ϕ ώστε να πετύχει το μέγιστο άλμα. Να βρεθεί η γωνία του σκάματος ως προς την οριζόντια στο σημείο προσγείωσης ώστε να έχει την κατά το δυνατό ομαλέστερη επαφή με το έδαφος. Υπολογίστε την απόσταση του σημείου προσγείωσης από την εξέδρα. Κάνετε εφαρμογή για $h = 10/3 \text{ m}$, $v = 36 \text{ Km/h}$ και $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.



Σχήμα 1: Το άλμα του αναβάτη