

Κλασική Μηχανική
Άσκησης Επανάληψης 25.10.2013

Διδάσκων Καθηγητής:

Γ.Κ. Λεοντάρης

1. α) Αυτοκίνητο εκτελεί κυκλική στροφή ακτίνας R σε επίπεδο δρόμο με συντελεστή τριβής μ . Να βρεθεί η μέγιστη επιτρεπτή ταχύτητα \vec{v} ώστε να μην ολισθαίνει.

β) Να θρεθεί η γωνία κλίσης που θα έπρεπε να έχει η ανωτέρω στροφή του δρόμου ως προς το οριζόντιο έδαφος ώστε να μην απαιτείται καθόλου τριβή για την ομαλή κυκλική κίνηση του αυτοκινήτου.

2. Προαιρετική. Για τους ορισμούς βλ Διανυσματικός Λογισμός κεφ. 2

Ένα ιδιαίτερα χρήσιμο σύστημα συντεταγμένων θεωρείται αυτό που είναι 'προσδεμένο' στο κινητό και καθορίζεται ως το τρισσορθογώνιο σύστημα που σχηματίζουν τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{T}, \vec{N}, \vec{B}$ (\vec{T} εφαπτόμενο της καμπύλης τροχιάς, \vec{N} κατά τη διεύθυνση της ακτίνας του εφαπτόμενου κύκλου στη τροχιά και \vec{B} κάθετο στο επίπεδο αυτής των \vec{T}, \vec{N} .)

Η ταχύτητα και επιτάχυνση στο ανωτέρω σύστημα δίδονται από

$$\vec{v} = \dot{s}\vec{T}, \quad \vec{a} = a_t\vec{T} + a_n\vec{N}$$

όπου οι συνιστώσες a_n, a_t δίδονται στο κεφ. 2 του ίδιου βιβλίου.

Επαναλάβετε το δεύτερο μέρος της άσκησης 1 για την περίπτωση που η καμπυλότητα της στροφής καθορίζεται από την επίπεδη καμπύλη $y = x^2$. (Απ. $\tan \phi = 2v^2/(g(1 + 4x^2)^{3/2})$.)

3. Βρίσκεστε καθισμέν-ος (-η) σε κάθισμα τροχού ακτίνας R του λούνα-παρκ που περιστρέφεται με σταθερού μέτρου ταχύτητα v . Που αισθάνεστε τη μεγαλύτερη (μικρότερη) πίεση από το κάθισμα και γιατί; Σε ποίο σημείο και για ποιά v αυτή μηδενίζεται;
4. Πλοίο A προσεγγίζει κάθετα στον λιμένα με σταθερή ταχύτητα ενώ ένα δεύτερο B απομακρύνεται από τον λιμένα κατά γωνία ϕ με ταχύτητα που έχει σταθερό λόγο r ως προς αυτή του πρώτου. Δείξτε ότι τη χρονική στιγμή που έχουν την ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους ο λόγος των αποστάσεων τους από το λιμένα είναι

$$\frac{s_A}{s_B} = \frac{r + \cos \phi}{1 + r \cos \phi}$$

5. Σημειακή μάζα m υπόκειται σε περίεργη δύναμη που προξενεί ταχύτητα της οποίας οι συνιστώσες σε πολικές συντεταγμένες γράφονται

$$v_r = 2ab\dot{\phi}, \quad v_\phi = ar$$

a, b σταθερές. Να γραφεί η δύναμη σε πολικές συντεταγμένες. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της τροχιάς του σώματος.

6. Μικρό βλήμα μάζας m v_0 εκτοξεύεται υπό γωνία από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου C που σχηματίζει γωνία $0 < \phi_0 < \frac{\pi}{2}$ με τον ορίζοντα. Ναδειχθεί ότι η μέγιστη δυνατή απόσταση μετρούμενη επί του C που μπορεί να επιτευχθεί είναι

$$\ell = \frac{v_0^2}{g(1 + \sin \phi_0)}$$

Να βρεθεί η γωνία εκτόξευσης ϕ ως συνάρτηση της ϕ_0 .