

# Έλεγχος υποθέσεων

## ΚΛΑΣΙΚΟΙ ΈΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

- Η μέση τιμή ενός πληθυσμού είναι ίση με δοθείσα γνωστή τιμή.
- Έλεγχος για τις μέσες τιμές δύο πληθυσμών.

Η μέση τιμή ενός πληθυσμού είναι ίση με δοθείσα γνωστή τιμή

- ο πληθυσμός από όπου λαμβάνεται το τυχαίο δείγμα είναι κανονικός
- το μοντέλο του πληθυσμού είναι άγνωστο αλλά το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο ( $n > 30$ )

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

- το μοντέλο του πληθυσμού είναι άγνωστο και το μέγεθος του δείγματος είναι μικρό.

## ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

# ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

## 1. Διακύμανση γνωστή Z test

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- Κρίσιμες περιοχές
- Διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή

# ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

## T test

### 2. Διακύμανση άγνωστη T test

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

- Κρίσιμες περιοχές
- Διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή.

Compare Means One-Sample t test

# ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

## ΠΡΟΣΗΜΙΚΟ ΤΕΣΤ

Δεν υλοποιείται από το λογισμικό άμεσα!!!!

- Υπό την προϋπόθεση ότι ο πληθυσμός είναι συμμετρικός γύρω από τη δοθείσα προς έλεγχο τιμή, ο έλεγχος αυτός ανάγεται σε έλεγχο της διαμέσου και υλοποιείται με το προσεγγιστικό στατιστικό

$$Z = \begin{cases} \frac{X - N/2 - 1/2}{\sqrt{N}/2}, & X > N/2 \\ \frac{X - N/2 + 1/2}{\sqrt{N}/2}, & X < N/2 \end{cases}$$

X: είναι το πλήθος των δειγματικών τιμών που είναι μικρότερες από την προς έλεγχο τιμή

N: το πλήθος των δειγματικών τιμών που είναι διαφορετικές από την προς έλεγχο τιμή.

- Κρίσιμες περιοχές

- p-τιμές

$$1 - \Phi(z)$$

$$\Phi(z)$$

$$2(1 - \Phi(|z|))$$

# Έλεγχος για τις μέσες τιμές δύο πληθυσμών

- ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ
- ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ
  - α) Οι τιμές μίας ή περισσότερων μεταβλητών καταγράφονται στην ίδια πειραματική μονάδα πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου.
  - β) Στην περίπτωση των διδύμων.
  - γ) Όταν θεωρούμε πειραματικές μονάδες που μοιάζουν σε όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά πλην αυτού που θέλουμε να μελετήσουμε (ταιριαστά δεδομένα).

# ΕΛΕΓΧΟΣ 2 ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

- α) Οι πληθυσμοί από όπου λαμβάνονται τα τυχαία δείγματα είναι κανονικοί.
- β) Τα μοντέλα των πληθυσμών είναι άγνωστα, αλλά το μέγεθος του κάθε δείγματος είναι μεγάλο.

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

- γ) Τα μοντέλα των πληθυσμών είναι άγνωστα και τα μεγέθη των δειγμάτων είναι μικρά.

## ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ



# ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

### t test

1. Οι πληθυσμιακές διακυμάνσεις είναι γνωστές (δεν είναι ρεαλιστική υπόθεση)
2. Οι πληθυσμιακές διακυμάνσεις είναι άγνωστες άλλα ίσες

Compare Means Independent Samples t Test

3. Οι πληθυσμιακές διακυμάνσεις είναι άγνωστες και άνισες.

# T test άγνωστες αλλά ίσες διακυμάνσεις

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}, \text{ υπό την μηδενική υπόθεση}$$

$$S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-1}$$

- Κρίσιμες περιοχές
- Διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων τιμών

# T test άγνωστες και άνισες διακυμάνσεις

- Η στατιστική συνάρτηση είναι:

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S} \sim t_v \quad , \text{ υπό την μηδενική υπόθεση}$$

$$S^2 = \frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}$$

$$v = \left[ \frac{c^2}{n-1} + \frac{(1-c)^2}{m-1} \right]$$

$$c = \frac{S_1^2}{n S^2}$$

# T test άγνωστες και άνισης διακυμάνσεις

- Κρίσιμες περιοχές
- Διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων τιμών

# Έλεγχος ισότητας διακυμάνσεων

- Η στατιστική συνάρτηση είναι

$$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} \square F_{n-1, m-1}, \text{ υπό την μηδενική υπόθεση}$$

- Κρίσιμη περιοχή

$$(0, F_{1-\alpha/2, n-1, m-1}) \cup (F_{\alpha/2, n-1, m-1}, +\infty)$$

ΤΕΣΤ ΤΟΥ LEVENE

# ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

## MANN-WHITNEY

1. Τα δύο δείγματα αναμιγνύονται και διατάσσονται κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.
2. Υπολογίζονται οι τάξεις (ranks) και στην περίπτωση δεσμών οι τάξεις προκύπτουν ως ο μέσος όρος των τάξεων που θα έπαιρναν οι παρατηρήσεις αυτές αν δε διέφεραν μεταξύ τους.
3. Mann-Whitney U στατιστικό

$$U = \min(U_X, U_Y)$$

$U_X$  : ο αριθμός των φορών που μία παρατήρηση του πρώτου δείγματος ακολουθεί μία παρατήρηση του δεύτερου

$U_Y$  : ο αριθμός των φορών που μία παρατήρηση του δεύτερου δείγματος ακολουθεί μία παρατήρηση του πρώτου

$$U_X = \sum_{i=1}^n R_i(X_i) - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$U_Y = \sum_{j=1}^m R_j(Y_j) - \frac{m(m+1)}{2}$$



# Mann Whitney τεστ

- Για μεγάλη δείγματος μεγαλύτερα του 8

$$\frac{U - \frac{nm}{2}}{\sqrt{\frac{nm(m+n+1)}{2}}} \sim N(0,1) \text{ , υπό την μηδενική υπόθεση}$$

- Κρίσιμες περιοχές

Non Parametric Tests  
2 Independent Samples

# ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΣ ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ 2 ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ

- Δημιουργία των διαφορών

$$D_i = X_i - Y_i$$

- α) προέρχονται από έναν κανονικό πληθυσμό
- β) προέρχονται από έναν μη κανονικό πληθυσμό αλλά το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

- γ) προέρχονται από έναν μη κανονικό πληθυσμό και το μέγεθος του δείγματος είναι μικρό.

## ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

# ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

## ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

T test συγκρίσεως ζευγών

$$T = \frac{\bar{D}}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1} \quad , \text{ υπό την μηδενική υπόθεση}$$

- ΚΡΙΣΙΜΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ
- ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

COMPARE MEANS PAIRED SAMPLES T TEST

# ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

## ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

### WILCOXON

- Υποθέτουμε ότι οι διαφορές προέρχονται από μία συμμετρική περί το μηδέν κατανομή.
- Τοποθετούμε τις διαφορές σε αύξουσα τάξη μη λαμβάνοντας υπόψη το πρόσημο.
- Αντικαθιστούμε την  $j$  κατά σειρά μεγέθους διαφορά με  $+j$  ή  $-j$  ανάλογα αν είναι θετική ή όχι.
- Αν υπάρχουν μηδενικές διαφορές απορρίπτονται από τη μελέτη με ανάλογη μείωση του μεγέθους του δείγματος.

# WILCOXON

- Για μεγέθη δείγματος μεγαλύτερα του 8

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

$$T = \min(T^+, T^-)$$

το άθροισμα των θετικών τάξεων  $T^+$

το άθροισμα των αρνητικών τάξεων  $T^-$

Z ακολουθεί προσεγγιστικά  $N(0,1)$  υπό τη μηδενική υπόθεση