

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ Ι)

1. Παραστήστε γραφικά τις ολοκληρωτέες ποσότητες και χρησιμοποιήστε εμβαδά για να υπολογίσετε τα εξής ολοκληρώματα:

$$(\alpha) \int_{-2}^4 \left(\frac{x}{2} + 3\right) dx \quad (\beta) \int_{-2}^1 |x| dx \quad (\gamma) \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$$

2. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$(\alpha) \int (2x^3 - 5x + 7) dx \quad (\beta) \int x^{-1/3} dx \quad (\gamma) \int \left(8y - \frac{2}{y^{1/4}}\right) dy$$

$$(\delta) \int (1 + \tan^2 \theta) d\theta \quad (\epsilon) \int \frac{1}{\sqrt{x+3}} dx \quad (\sigma\tau) \int \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$(\zeta) \int \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} dx \quad (\eta) \int \frac{18 \tan^2 x \sec^2 x}{(2 + \tan^3 x)^2} dx \quad (\theta) \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx$$

$$(\iota) \int_1^{\sqrt{2}} \left(\frac{u^2}{2} - \frac{1}{u^5}\right) du \quad (\iota\alpha) \int_0^1 (1 - 2x)^3 dx \quad (\iota\beta) \int_0^\pi \sin^2 \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} dx$$

3. Υπολογίστε τις παραγώγους dy/dx όπου:

$$(\alpha) y = \int_2^x \sqrt{2 + \cos^3 t} dt \quad (\beta) y = \int_2^{7x^2} \sqrt{2 + \cos^3 t} dt$$

$$(\gamma) y = \int_x^1 \frac{6}{3 + t^4} dt \quad (\delta) y = \int_{\sec x}^2 \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

4. (α) Δείξτε ότι $\int_0^1 \sqrt{1 + \cos x} dx < 3/2$.

(β) Βρείτε άνω και κάτω φράγματα της τιμής του $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$.

5. Βρείτε το καθαρό εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη της $f(x)$ και τον άξονα x :

$$(\alpha) f(x) = x^2 - 4x + 3, \quad 0 \leq x \leq 3 \quad (\beta) f(x) = 1 - (x^2/4), \quad -2 \leq x \leq 3$$

$$(\gamma) f(x) = 5 - 5x^{2/3}, \quad -1 \leq x \leq 8$$

6. Βρείτε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τις παρακάτω καμπύλες:

$$(\alpha) y = -x^2 - 2x \text{ και } y = x \quad (\beta) y = x^2 \text{ και } y = -x^2 + 4x$$