

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Ιανουαρίου 2016

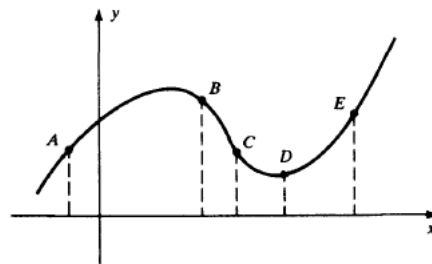
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Έστω F και G διαφορίσιμες συναρτήσεις τέτοιες ώστε $F'(x) = -G(x)$ και $G'(x) = -F(x)$. Αν η συνάρτηση $H(x)$ δίνεται από την $H(x) = [F(x)]^2 - [G(x)]^2$, τότε η $H'(x)$ ισούται με:

(A) 0 (B) 1 (Γ) -1 (Δ) $2[F(x) - G(x)]$ (E) $2[G(x) - F(x)]$

2) Το σημείο στο οποίο η εφαπτόμενη στην παραβολή $y = ax^2 + bx + c$ γίνεται παράλληλη με τον οριζόντιο άξονα έχει συντεταγμένες:

(A) (0,0) (B) $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$ (Γ) $\left(0, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (Δ) $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (E) (0, b)



3) Σε ποια από τα πέντε σημεία που σημειώνονται στο παραπάνω σχήμα η y' και y'' έχουν το ίδιο πρόσημο;

(A) Στο A και B (B) Στο D και E (Γ) Στο B και E (Δ) Στο A και E (E) Στο B και C

4) Η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$ ισούται με

(A) $\frac{3}{4}$ (B) 0 (Γ) $-\frac{1}{3}$ (Δ) ∞ (E) $-\infty$

5) Το εμβαδόν της περιοχής που βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο και κάτω από την καμπύλη $y = 4 - x^2$ είναι:

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{8}{5}$ (Γ) $\frac{9}{5}$ (Δ) $\frac{16}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

- 6) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ είναι
 (A) $[-1, 1]$ (B) Η δυναμοσειρά αποκλίνει (Γ) $[-1, 1)$ (Δ) $(-1, 1]$ (E) $(-1, 1)$
- 7) Ποιο είναι το όριο της ακολουθίας $a_n = \frac{\sqrt{n} \sin(n!e^n)}{n+1}$;
 (A) Η ακολουθία αποκλίνει (B) 1 (Γ) -1 (Δ) e (E) 0
- 8) Βρείτε και χαρακτηρίστε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 3$ είναι
 (A) Στο $x = 4$ έχουμε τοπικό μέγιστο και στο $x = -\frac{2}{3}$ τοπικό ελάχιστο
 (B) Στο $x = 4$ έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο $x = -\frac{2}{3}$ τοπικό μέγιστο
 (Γ) Στο $x = 4$ έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο $x = -\frac{2}{3}$ σημείο καμπής
 (Δ) Στο $x = 4$ έχουμε τοπικό μέγιστο και στο $x = -\frac{2}{3}$ σημείο καμπής
 (E) Στο $x = 4$ έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο $x = -\frac{2}{3}$ έχουμε επίσης τοπικό ελάχιστο
- 9) Το ολοκλήρωμα $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ ισούται με
 (A) $-(\ln 2)^{-1}$ (B) e^{-1} (Γ) $-e^{-1}$ (Δ) e (E) $(\ln 2)^{-1}$
- 10) Η παράγωγος κατεύθυνσης της συνάρτησης $f(x, y) = xy^2$ στο σημείο $(1, 3)$ στην κατεύθυνση προς το σημείο $(4, 5)$ είναι
 (A) $\frac{39}{\sqrt{13}}$ (B) $-\frac{39}{\sqrt{13}}$ (Γ) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (Δ) $\frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{i} + \frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{j}$ (E) $-\frac{1}{\sqrt{13}}$
- 11) Με τι ισούται το $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^2}{x^4 + y^2}$;
 (A) 0 (B) 1 (Γ) Το όριο δεν υπάρχει (Δ) -1 (E) $\frac{1}{2}$
- 12) Αν $z = e^{x/y} \sin(x/y) + e^{y/x} \cos(y/x)$, τότε η $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ ισούται με
 (A) -1 (B) 1 (Γ) 0 (Δ) $e^{x/y}$ (E) $e^{y/x}$
- 13) Βρείτε τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
 (A) Υπάρχει μόνο τοπικό ελάχιστο στο $(1, 1)$
 (B) Υπάρχει μόνο τοπικό μέγιστο στο $(0, 0)$
 (Γ) Υπάρχει μόνο τοπικό μέγιστο στο $(1, 1)$
 (Δ) Υπάρχει μόνο τοπικό ελάχιστο στο $(0, 0)$
 (E) Υπάρχει τοπικό μέγιστο στο $(0, 0)$ και τοπικό ελάχιστο στο $(1, 1)$
- 14) Το μήκος της καμπύλης που ορίζεται από τις εξισώσεις $x = \cos^3 t$ και $y = \sin^3 t$ με $0 \leq t \leq \pi/2$ είναι
 (A) 6 (B) 3 (Γ) 4 (Δ) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{3}{2}$
- 15) Το ολοκλήρωμα $\int \frac{dx}{4x^2 + 1}$ ισούται με

(A) $\frac{1}{2} \sin^{-1}(2x) + C$ (B) $\frac{1}{2} \cos^{-1}(2x) + C$ (Γ) $\frac{1}{2} \tan^{-1}(2x) + C$ (Δ) $\frac{1}{2} \sin^{-1} x + C$
 (E) $\frac{1}{2} \cos^{-1} x + C$

16) Έστω διαφορίσιμη συνάρτηση $f(x)$ τέτοια ώστε $f'(x) \neq 0$ για όλα τα x που ανήκουν στο ανοιχτό διάστημα (a, b) . Πόσες φορές μηδενίζεται η $f(x)$ στο (a, b) ;

(A) Δύο φορές (B) Τρεις φορές (Γ) Ποτέ (Δ) Το πολύ μία φορά (E) Τουλάχιστον μία φορά

17) Το ολοκλήρωμα $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ισούται με

(A) 2 (B) 4 (Γ) 0 (Δ) Το ολοκλήρωμα δεν ορίζεται (E) Το ολοκλήρωμα αποκλίνει

18) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 1}$ είναι

(A) $[-1, 1)$ (B) $(-1, 1]$ (Γ) $(-1, 1)$ (Δ) $[-1, 1]$ (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

19) Η καμπύλη της συνάρτησης $y = \frac{4x - 5}{3x + 2}$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες

(A) μόνο την $y = \frac{4}{3}$ (B) μόνο την $x = -\frac{2}{3}$ (Γ) την $x = \frac{4}{3}$ και την $y = -\frac{2}{3}$ (Δ) την $x = -\frac{2}{3}$ και την $y = \frac{4}{3}$ (E) μόνο την $x = \frac{5}{4}$

20) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = e^x$ είναι

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ (E)
 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

Ιωάννινα, Ιανουάριος 2016