**Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**

**Τμήμα Βιολογικών Εφαρμογών και Τεχνολογιών**

# Ειδικά Θέματα Ιχθυολογίας

## Εργαστηριακός οδηγός

Ιωάννης Δ. Λεονάρδος

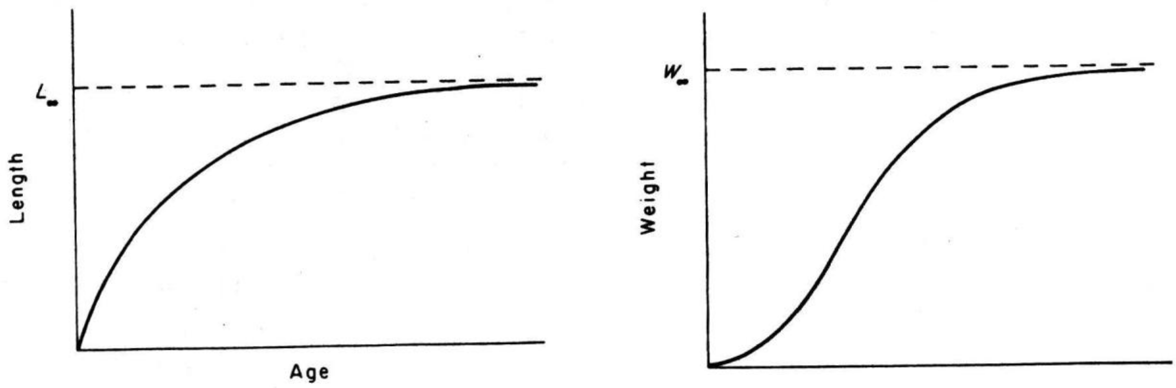
Καθηγητής

# $6^{Η}$ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ : ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΑΥΞΗΣΗΣ ΤΩΝ ΨΑΡΙΩΝ

## 1. Γενικά

Η αύξηση μπορεί να εκτιμηθεί υπολογίζοντας τη μεταβολή του μήκους ή του βάρους και σχετίζοντας την με την μεταβολή του χρόνου. Αν το μήκος ενός πληθυσμού ψαριών, καρκινοειδών ή διθύρων συσχετιστεί γραφικά με την ηλικία, το αποτέλεσμα είναι συνήθως μια καμπύλη της οποίας η κλίση συνεχώς μειώνεται με την αύξηση της ηλικίας (Εικ. 1). Η καμπύλη τείνει σε μια ανώτερη ασυμπτωτική παράλληλο του άξονα των «Χ». Αντίστοιχα η καμπύλη μεταβολής του βάρους σε σχέση με την ηλικία τείνει και αυτή ασυμπτωτικά σε μια αντίστοιχη παράλληλο, αλλά η καμπύλη έχει μια ασυμμετρική σιγμοειδή μορφή. Το σημείο αλλαγής της κλίσης της καμπύλης βρίσκεται στο 1/3 περίπου του ασυμπτωτικου βάρους W∞.

Η αύξηση του μήκους ποτέ δεν συνεχίζεται ακατάπαυστα αλλά τείνει σε ένα ασυμπτωτικό μέγεθος, σε κάθε ηλικία ο ρυθμός αύξησης μπορεί να εκτιμηθεί από τη κλίση της καμπύλης αυτής της ηλικίας. Ο ρυθμός αύξησης είναι μεγαλύτερος όταν το ψάρι είναι νεαρότερο και πιο αργός όταν το ψάρι γίνεται πιο ώριμο. Η μορφή αυτών των καμπυλών φαίνεται πιο κάτω (Εικ. 1).




Εικόνα 1. Καμπύλες μεταβολής του μήκους και του βάρους ενός ψαριού σε σχέση με την ηλικία του

2. **Εξισώσεις αύξησης**

Ένας μεγάλος αριθμός εξισώσεων έχουν διατυπωθεί στη προσπάθεια να μελετηθούν οι σχέσεις μήκους- ηλικίας και βάρους ηλικίας. Μεταξύ αυτών η πλέον διαδεδομένη είναι η εξίσωση του von Bertalanffy:

$$l_t = L\infty[1 - e^{-k(t-t_0)}] \quad \text{ή} \quad w_t = W\infty[1 - e^{-k(t-t_0)}]^3$$

όπου :

$l_t$ είναι το μήκος στη χρονική στιγμή t (ηλικία)

L∞ είναι το ασυμπτωτικο μήκος σώματος, δηλαδή το μήκος στο οποίο θα έφτανε το ψάρι αν ζούμε απεριόριστα και η αύξησή του ακολουθούσε την εξίσωση von Bertalanffy.

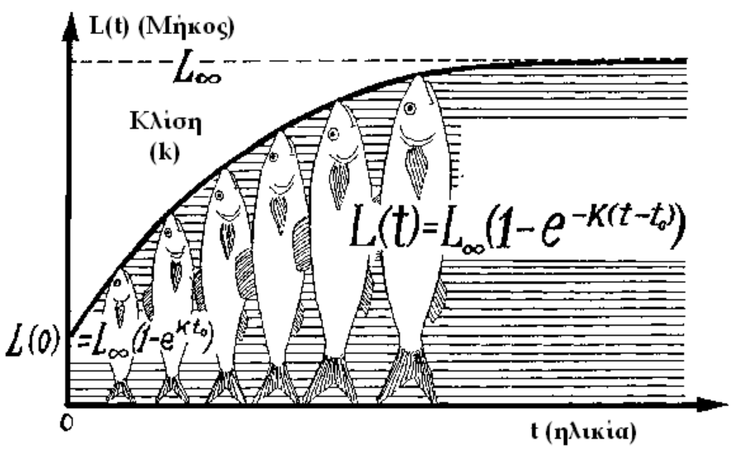
$t_0$ είναι η χρονική στιγμή όπου το μήκος και το βάρος είναι θεωρητικά μηδέν, πρόκειται για υποθετική ηλικία (συνήθως είναι ένας μικρός θετικός ή αρνητικός αριθμός)

k (σε μονάδες / έτος) είναι η σταθερά της εξίσωσης του von Bertalanffy. Δείχνει το ρυθμό με τον οποίο το μήκος του ψαριού πλησιάζει το L∞, θα λέγαμε ότι δείχνει το βαθμό "καμπυλότητας" της καμπύλης αύξησης.

$W_t$ είναι το βάρος στη χρονική στιγμή t

W∞ είναι το μέγιστο ασυμπτωτικο βάρος .

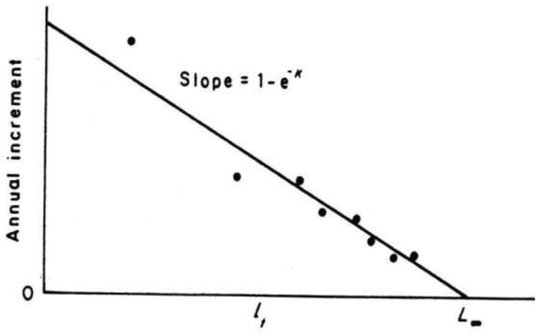
Ο υπολογισμός των παραμέτρων αύξησης μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους (Ford-Walford, Gulland and Holt, μέθοδος των μη γραμμικών ελάχιστων τετραγώνων).



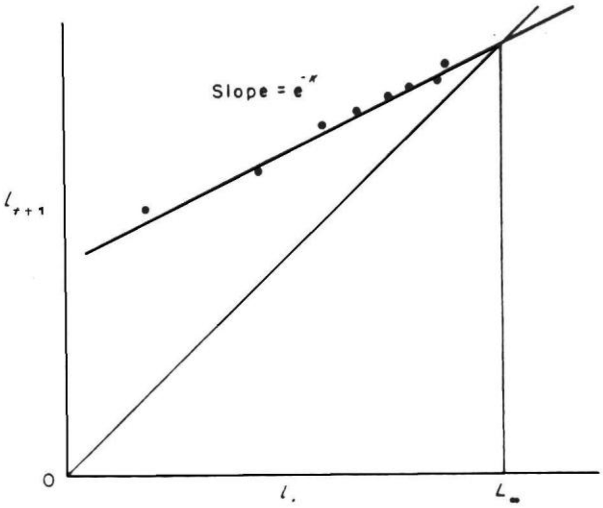

Εικόνα 2 . Η εξίσωση von Bertalanffy

3. **Υπολογισμός των παραμέτρων αύξησης**

Αν υπολογιστεί η μεταβολή της ετήσιας αύξησης ($l_{t+1}$ -$l_t$) (σε σχέση με το μήκος του ψαριού κατά την αρχή της αυξητικής περιόδου θα διαπιστωθεί ότι η ετήσια αύξηση συνεχώς φθίνει όσο προχωρά η ηλικία του ψαριού, γεγονός το οποίο είναι αναμενόμενο. Σε μια γραφική παράσταση η κλίση της ευθείας φθίνει και το σημείο που τέμνει τον άξονα των x αντιστοιχεί στο L∞ όπου φυσικά η ετήσια αύξηση είναι 0 (Εικ. 2).




Εικόνα 2. Υπολογισμός των παραμέτρων αύξησης υπολογίζοντας την ετήσια μεταβολή του μήκους σε σχέση με το μήκος. Το σημείο τομής της ευθείας της παλινδρόμησης στον άξονα των Χ είναι το L∞, ενώ η κλίση της ευθείας είναι $e^{-k}$ – 1 .




Εικόνα 3. Υπολογισμός των παραμέτρων αύξησης δημιουργώντας γραφική παράσταση στην οποία το μήκος παρουσιάζεται στον άξονα των Ψ, ενώ το μήκος της προηγούμενης χρονιάς στον άξονα των Χ (Ford-Walford plot). Η προβολή του σημείου τομής της ευθείας με τη διχοτόμο της γωνίας είναι το L∞ , ενώ η κλίση της ευθείας είναι $e^{-k}$.

Μελετώντας τη σχέση μεταξύ μήκους μιας δεδομένης χρονιάς σε σχέση με το μήκος της προηγούμενης χρονιάς διαπιστώνουμε ότι παρουσιάζει ευθεία γραμμή η οποία τέμνει τη διχοτόμο σε ένα σημείο του οποίου η προβολή στον άξονα των x είναι το L∞ (Εικ. 3).

## 4. Υπολογισμός των παραμέτρων της εξίσωσης του von Bertalanffy

Απο τη βασική εξίσωση $l_t = L\infty[1 - e^{-k(t-t_0)}]$ έχουμε :

έστω μετά από χρονικό διάστημα Τ το μήκος $l_t$ γίνεται : $l_{t+T} = L\infty[1 - e^{(t+T-t_0)}]$

$l_{t+T} - l_t = L\infty e^{-k(t-t_0)}(1 - e^{-kT})$ και $l_{t+T} - l_t = L_\infty e - k^{(t-to)}(1 - e^{-kT})$

κατά συνέπεια έχουμε : $l_{t+T} - l_t = (L\infty - l_t)(1 - e^{-kT})$

και $l_{t+T} = L\infty(1 - e^{-kT}) + l_t e^{-kT}$

Στη προηγούμενη εξίσωση αντικαθιστώντας όπου Τ =1 έχουμε: $l_{t+1} - l_t = (L\infty - l_t)(1 - e^{-k})$

από τη τελευταία μορφή της εξίσωσης διαπιστώνουμε ότι σε ένα διάγραμμα όπου στον άξονα των " Ψ" θα είναι η ετήσια αύξηση και στον άξονα των "Χ" θα είναι το μήκος του ψαριού στην αρχή της αυξητικής περιόδου τότε η κλίση της ευθείας θα είναι $-(1-e^{-k})$ θα τέμνει δε των άξονα των " Χ" στο σημείο L∞ το οποίο θα επιτυγχάνεται όταν η τιμή $l_{t+1} - l_t$ μηδενιστεί. Αυτή η μέθοδος είναι γνωστή ως μέθοδος των Gulled and Holt (1959).

Ουσιαστικά η εξίσωση του von Bertalanffy έχει μετασχηματιστεί σε μια απλή γραμμική εξίσωση της μορφής : y = a + bx

Όπου:

$y = l_{t+1} - l_t$

$x = l_t$

Έχοντας υπολογίσει τους συντελεστές της εξίσωσης τότε οι παράμετροι k και L∞ υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$k = -(1/dt)\ Log_e(1-b) = -\ Log_e(1-b)$ όταν dt=1 έτος

$L\infty = a/b$

από την εξίσωση $l_{t+T} = L\infty(1-e^{-kT}) + l_t e^{-kT}$ όταν αντικαταστήσουμε όπου T=1 προκύπτει : $l_{t+1} = L\infty(1-e^{-k}) + l_t e^{-k}$

από την πιο πάνω εξίσωση διαπιστώνουμε ότι σε ένα διάγραμμα όπου στον άξονα των " Ψ" θα είναι το μήκος της επόμενης χρονιάς $l_{t+1}$ και στον άξονα των " Χ" το μήκος $l_t$ τότε η κλίση της ευθείας είναι $e^{-k}$ . Η προβολή του σημείου τομής της κλίσης με τη διαγώνιο στον άξονα των «Χ» δίνει το L∞ (δηλαδή όταν θα γίνει $l_{t+1} = l_t$ ).

Ουσιαστικά αυτή η διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης του von Bertalanffy η οποία είναι γνωστή ως μέθοδος Ford-Wolford δεν διαφέρει από την προηγούμενη (γραφική παράσταση της ετήσιας αύξησης $l_{t+1} - l_t$ σε σχέση μήκος του ψαριού κατά την έναρξη της χρονιάς).

Στη προκειμένη περίπτωση λοιπόν η εξίσωση του von Bertalanffy έχει μετασχηματιστεί σε μια εξίσωση της μορφής : y = a + bx. Οι συντελεστές a και b μπορούν να υπολογιστούν από την προσαρμογή της γραμμικής εξίσωσης παλινδρόμησης στα δεδομένα ηλικίας –μήκους. Έχοντας υπολογίσει τους συντελεστές της εξίσωσης τότε οι παράμετροι k και L∞ υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$k=-(1/dt)\cdot (Log_e b)$ . Στη περίπτωση που η ηλικία μετράται σε έτη , τότε $k=-(Log_e b)$ και $L\infty = a/(1-b)$

Οι παράμετροι L∞ και k μπορούν να υπολογισθούν εύκολα γραφικά, στη συνέχεια μπορεί να υπολογιστεί το $t_o$ από την εξίσωση του von Bertalanffy από την οποία έχουμε: $l_t = L\infty[1-e^{-k(t-t_0)}]$

και $l_t = L\infty - L\infty e^{-k(t-t_0)}$

$L\infty - l_t = L\infty e^{-k(t-t_0)}$

και από την οποία προκύπτει

$e^{-k(t-t_0)} = \frac{L\infty - l_t}{L\infty}$

και επομένως

$t_0 = t + \frac{1}{k} \ln \frac{L\infty - l_t}{L\infty}$

η παράμετρος $t_0$, θα μπορούσε να υπολογιστεί για κάθε ηλικία t, για την οποία θα ήταν γνωστό το μήκος $l_t$ . Η διαδικασία αυτή δεν είναι η πλέον ενδεδειγμένη, γιατί ότι όταν στον υπολογισμό του $t_0$ συμμετέχουν τα πιο ώριμα άτομα παρατηρούνται αποκλίσεις $t_0$ , για το λόγο ότι όταν το $l_t$ πλησιάζει στο L∞ προκύπτουν σημαντικές αποκλίσεις στον υπολογισμό του $t_o$. Επομένως το προτιμότερο θα ήταν για τον υπολογισμό του $t_o$ χρησιμοποιούνταν τα άτομα μικρής ηλικίας, βέβαια δεν πρέπει να παραβλέψουμε το γεγονός ότι τα μικρού μεγέθους άτομα συχνά δεν εμφανίζονται στις συλλήψεις. Την ορθότερη εκτίμηση του $t_o$ την έχουμε όταν λαμβάνουμε τις μέσες τιμές των $t_o$ που η εκάστοτε τιμή θα αντιστοιχεί σε κάθε εμφανιζόμενο ζεύγος τιμών t και $l_t$

Με βάση την τελευταία εξίσωση μπορούμε να προχωρήσουμε σε ένα διαφορετικό τρόπο υπολογισμού του $t_o$. Σχεδιάζοντας μια γραφική παράσταση όπου στον άξονα των "Ψ" θα είναι το ln [(L∞ -$l_t$)/ L∞] στον δε άξονα των "Χ" θα έχουμε το t. Η κλίση της ευθείας θα είναι -k και θα τέμνει τον άξονα των «Χ» στο σημείο $t_o$ .

## 5. Δείκτες αύξησης

Αύξηση ουσιαστικά είναι η μεταβολή του μεγέθους του σώματος (μήκος ή βάρος) σε σχέση με το χρόνο. Δηλαδή οι μονάδες μέτρησης της αύξησης είναι μονάδες μήκους ανά μονάδα χρόνου ή αντίστοιχα μονάδες βάρους ανά μονάδα χρόνου (cm/έτος ή g/έτος). Είναι αναμενόμενο ότι δεν μπορεί να γίνει σύγκριση διαφορετικών καμπυλών αύξησης ακόμη και αν πρόκειται για πληθυσμούς του ίδιου είδους που ζουν σε διαφορετικές περιοχές, καθώς σε κάθε μια καμπύλη αντιστοιχούν χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων L∞ και k. Επιπλέον εκφράζονται με διαφορετικές μονάδες (L∞ σε cm και το k σε έτη$^{-1}$). Για το λόγο αυτό έχει προταθεί η χρήση άλλων παραμέτρων που προκύπτουν από το συνδυασμό των παραμέτρων k και L∞ . Η πιο σημαντική από αυτές είναι ο δείκτης αύξησης Φ′.

Φ' = 2 log L∞ + log k.

Έτσι η ικανότητα ενός είδους για αύξηση μπορεί να αποδοθεί από μια μόνο παράμετρο η εκτίμηση της οποίας στηρίζεται σε συνδυασμό των δυο άλλων παραμέτρων. Επίσης μια πρώτη ανεξάρτητη εκτίμηση του L∞ προκύπτει από το μήκος του μεγαλυτέρου ατόμου των υπό μελέτη δειγμάτων σύμφωνα με την παρακάτω εμπειρική εξίσωση. L∞ = Lmax/0.95

Με την προϋπόθεση όμως ότι πρόκειται για μεγάλου πλήθους δείγματα.

**ΆΣΚΗΣΗ: Υπολογισμός των παραμέτρων αύξησης του von Bertalanffy**

1 .Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα μέσα μήκη ανά ηλικία για το είδος *Clupea harengus*. Από τα στοιχεία αυτά και ακολουθώντας τα ενδιάμεσα υπολογιστικά στάδια όπως περιγράφονται στους πίνακες που ακολουθούν να εκτιμηθούν οι παράμετροι της εξίσωσης του von Bertalanffy.

| **ηλικία** | **Μέσο μήκος σε κάθε ηλικία** | |
|---|---|---|
| | **Συμβολισμός (Lt)** | |
| 1 | L1 | |
| 2 | L2 | |
| 3 | L3 | 25.7 |
| 4 | L4 | 28.4 |
| 5 | L5 | 30.15 |
| 6 | L6 | 31.65 |
| 7 | L7 | 32.85 |
| 8 | L8 | 33.65 |
| 9 | L9 | 34.44 |
| 10 | L10 | 34.97 |
| 11 | L11 | 35.56 |
| 12 | L12 | 36.03 |
| 13 | L13 | 36.93 |
| 14 | L14 | 37.04 |
| 15 | L15 | 37.70 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| N | | n | |
| Σχ | | Σy | |
| X(mean) = Σx/n | | Y(mean) = Σy/n | |
| $Σx^2$ | | Σxy | |
| $A=Σx^2 – (Σx)^2/n$ | | B=Σxy-(Σχ)(Σy)/n | |
| | | $C=Σy^2-(Σy)^2/n$ | |

2. Να υπολογιστούν οι παράμετροι της εξίσωσης του von Bertalanffy από τα μέσα μήκη ανα ηλικία του είδους Rutilus sp. τα οποία έχουν υπολογιστή στην προηγούμενη εργαστηριακή άσκηση.

3. Οι παρακάτω τιμές έχουν προκύψει από τη μελέτη του είδους *Salmo trutta*

| Ηλικία (έτη) | Μήκος (mm) | Βάρος (g) |
|---|---|---|
| 0 | 80 | 7 |
| 1 | 180 | 62 |
| 2 | 230 | 150 |
| 3 | 270 | 230 |
| 4 | 310 | 360 |
| 5 | 340 | 450 |
| 6 | 375 | 565 |
| 7 | 400 | 680 |
| 8 | 420 | 820 |

Να υπολογιστούν οι παράμετροι της εξίσωσης του von Bertalanffy parameters ($L\infty$, $K$, $t_0$).