

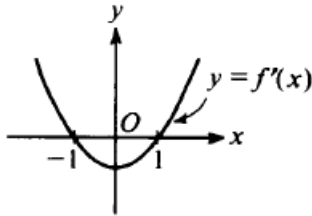
# ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Σεπτεμβρίου 2016

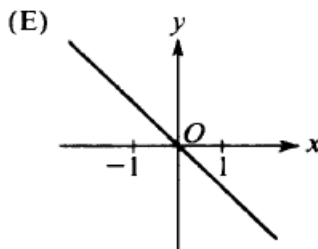
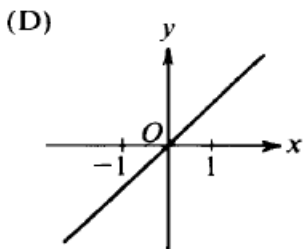
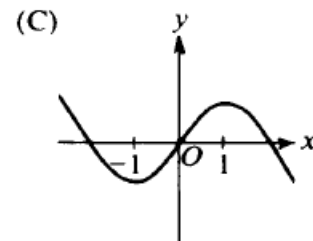
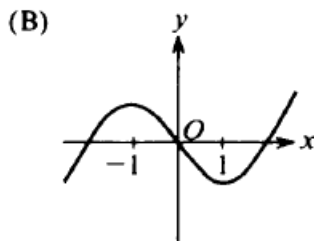
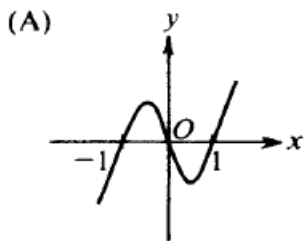
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Αν η συνάρτηση  $f$  είναι διαφορίσιμη έτσι ώστε  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ , τότε το  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+1) - f(x)]$  ισούται με  
(A)  $-\infty$  (B)  $\infty$  (Γ) -1 (Δ) 1 (E) 0

2) Έστω  $F$  και  $G$  διαφορίσιμες συναρτήσεις τέτοιες ώστε  $F(3) = 5$ ,  $G(3) = 7$ ,  $F'(3) = 13$ ,  $G'(3) = 6$ ,  $F'(7) = 2$ ,  $G'(7) = 0$ . Αν ισχύει ότι  $H(x) = F(G(x))$  τότε το  $H'(3)$  ισούται με  
(A) 12 (B) 2 (Γ) 6 (Δ) 8 (E) 15



3) Η γραφική παράσταση της παραγώγου της συνάρτησης  $f$  φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της  $f$ ;



(A) Η (A) (B) Η (B) (Γ) Η (C) (Δ) Η (D) (E) Η (E)

4) Αν η  $f(x) = x^3 + 3x^2 + k$  έχει τρεις διαφορετικές πραγματικές ρίζες, τότε ισχύει:

(A)  $-3 < k < 3$  (B)  $-2 < k < 2$  (Γ)  $-4 < k < 0$  (Δ)  $k > 0$  (E)  $k < -4$

5) Στο χώρο  $\mathbb{R}^3$  η εξίσωση  $x^2 + y^2 = 4$  παριστάνει

(A) Κύλινδρος (B) Σφαίρα (Γ) Ελλειψοειδές (Δ) Κύκλος (E) Έλλειψη

6) Για ποιες τιμές του  $x$  συγκλίνει η σειρά  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$ ;

(A)  $[-1, 1)$  (B)  $[-1, 1]$  (Γ)  $(0, 2)$  (Δ)  $[0, 2)$  (E)  $[0, 2]$

7) Το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στις καμπύλες  $y = x^2$  και  $y = x^3$  είναι

(A) 1 (B) 1/4 (Γ) 1/3 (Δ) 1/12 (E) 4/3

8) Το ολοκλήρωμα  $\int \frac{1}{\sinh x} dx$  ισούται με

(A)  $\ln \left| \cosh \frac{x}{2} \right| + C$  (B)  $\ln \left| \tanh \frac{x}{2} \right| + C$  (Γ)  $\ln \left| \sinh \frac{x}{2} \right| + C$  (Δ)  $\tanh(1 + \cosh x) + C$   
(E)  $\tanh(1 - \cosh x) + C$

9) Το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$  ισούται με

(A) 1/4 (B) 1/3 (Γ)  $\pi/4$  (Δ)  $\pi/2$  (E) 1/2

10) Το άθροισμα των τετραγώνων των παραγώγων κατεύθυνσης της  $z = f(x, y)$  κατά μήκος δύο κάθετων μεταξύ τους διευθύνσεων ισούται με

(A) 0

(B) το τετράγωνο της μεγαλύτερης παραγώγου κατεύθυνσης

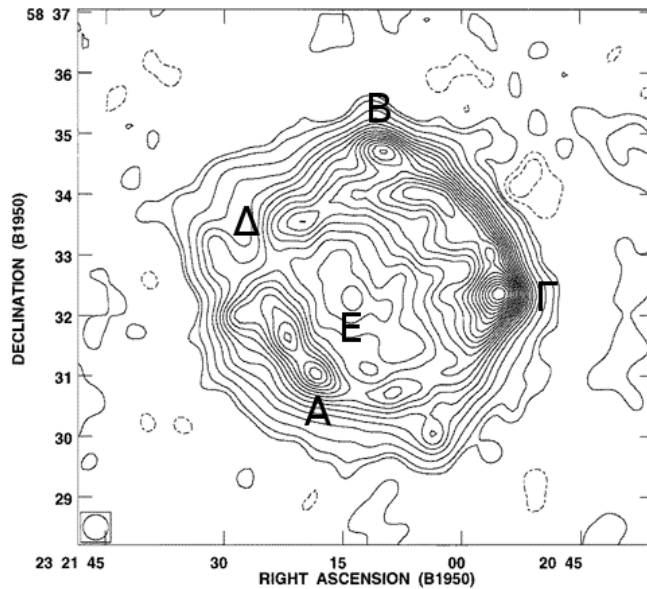
(Γ) το τετράγωνο της μικρότερης παραγώγου κατεύθυνσης

(Δ) το τετράγωνο της κλίσης της  $f$

(E) την κλίση της  $f$

11) Βρείτε το  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

(A) 0 (B) 1 (Γ) 1/2 (Δ) 1/3 (E) δεν υπάρχει



12) Το παραπάνω σχήμα δείχνει σε μορφή ισοφώτων τη ραδιοφωνική εκπομπή ενός υπολείμματος έκρηξης υπερκαινοφανούς (supernova) αστέρα. Η πιο απότομη αύξηση της ραδιοφωνικής εκπομπής συμβαίνει

- (A) Στην περιοχή ακριβώς πάνω από το γράμμα A
- (B) Στην περιοχή ακριβώς κάτω από το γράμμα B
- (Γ) Στην περιοχή ακριβώς αριστερά από το γράμμα Γ
- (Δ) Στην περιοχή ακριβώς δεξιά από το γράμμα Δ
- (E) Στην περιοχή ακριβώς πάνω από το γράμμα E

13) Η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα στην καμπύλη που δίνεται από τις εξισώσεις  $\frac{x-2}{4} = -\frac{y+1}{7} = z+1$  και στην καμπύλη που δίνεται από τις εξισώσεις  $-\frac{x-2}{2} = y-1 = -\frac{z-2}{3}$  είναι

- (A)  $\sqrt{6}/6$  (B)  $\sqrt{6}$  (Γ)  $1/6$  (Δ)  $11/10$  (E)  $7/15$

14) Μια καμπύλη περιγράφεται από την  $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(3-x)$ . Το μήκος της για  $0 \leq x \leq 3$  είναι

- (A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{3}$  (Γ) 2 (Δ)  $1/3$  (E)  $\sqrt{3}/3$

15) Η σειρά  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots$  ισούται με

- (A) 0 (B) 1 (Γ) -1 (Δ)  $1/2$  (E) αποκλίνει

16) Αν η δυναμοσειρά  $\sum a_n x^n$  συγχλίνει για  $x = b$ , τότε

- (A) Δεν συγχλίνει απόλυτα για κανένα  $x$
- (B) Συγχλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| < |a|$
- (Γ) Συγχλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| > |a|$
- (Δ) Συγχλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| > |b|$
- (E) Συγχλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| < |b|$

17) Δίνονται οι συνεχείς συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  και  $h$ . Η παράγωγος ως προς  $x$  της συνάρτησης

$$\int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt \text{ ισούται με}$$

(Α)  $f(h(x))h'(x) + f(g(x))g'(x)$

(Β)  $f(h(x))h'(x) - f(g(x))g'(x)$

(Γ)  $f(h'(x))h(x) + f(g'(x))g(x)$

(Δ)  $f(h'(x))h(x) + f(g'(x))g(x)$

(Ε)  $f(h(x)) - f(g(x))$

18) Το σημείο της επιφάνειας  $z = xy - 1$  το οποίο βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων έχει συντεταγμένες

(Α)  $(-1, -1, 0)$  (Β)  $(1, 1, 0)$  (Γ)  $(1, 0, -1)$  (Δ)  $(0, 0, -1)$  (Ε)  $(0, 1, -1)$

19) Αν το  $z$  είναι συνάρτηση των  $x$  και  $y$  έτσι ώστε  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , τότε  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$  ισούται με

(Α)  $-1$  (Β)  $1$  (Γ)  $0$  (Δ)  $2$  (Ε)  $1/2$

20) Η σειρά MacLaurin της  $f(x) = \sin x$  είναι

(Α)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$  (Β)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$  (Γ)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$  (Δ)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

(Ε)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Ιωάννινα, 30 Αυγούστου 2016