

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ενδιάμεση εξέταση Νοεμβρίου 2016

- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 2/3. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.15.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Με τι ισούνται οι παράμετροι a και b έτσι ώστε η συνάρτηση

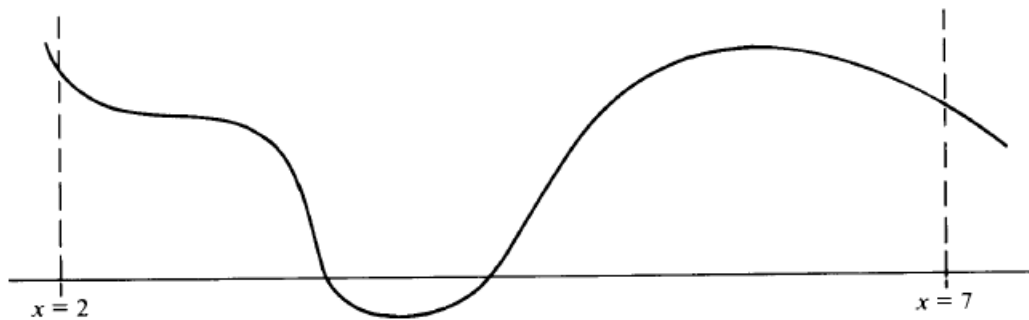
$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1, & x > 1 \\ 2, & x = 1 \\ (a + b)x - 2a + 3b, & x < 1 \end{cases}$$

να είναι συνεχής στο $x = 1$;

(A) $a = 1, b = 1$ (B) $a = 2, b = 1$ (Γ) $a = 0, b = 0$ (Δ) $a = -1, b = 4$ (E) $a = 1, b = 3$

2) Η παράγωγος διαφορίσιμης άρτιας συνάρτησης:

(A) Είναι πάντα άρτια συνάρτηση (B) Είναι πάντα περιττή συνάρτηση (Γ) Σε μερικές περιπτώσεις είναι άρτια συνάρτηση (Δ) Δεν είναι ούτε άρτια συνάρτηση ούτε περιττή συνάρτηση (E) Σε μερικές περιπτώσεις είναι περιττή συνάρτηση



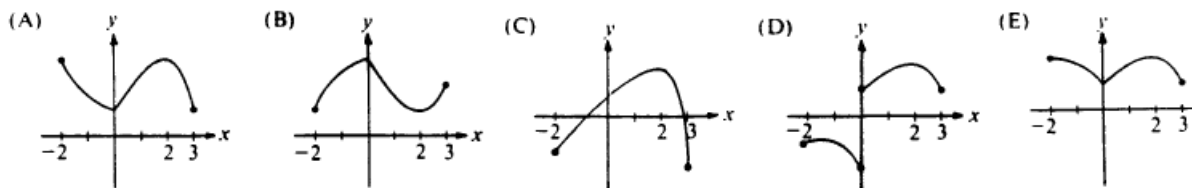
3) Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x)$ στο διάστημα $[2, 7]$. Πόσα σημεία καμπής έχει η συνάρτηση στο διάστημα αυτό;

(A) Ένα (B) Δύο (Γ) Τρία (Δ) Τέσσερα (E) Πέντε

4) Η εξίσωση $x^4 + e^x = 3x + 10$ έχει:

(A) Ακριβώς μία λύση (B) Τουλάχιστον μία λύση (Γ) Ακριβώς δύο λύσεις (Δ) Τουλάχιστον δύο λύσεις (E) Το πολύ δύο λύσεις

5) Έστω συνάρτηση f που είναι συνεχής στο διάστημα $[-2, 3]$ έτσι ώστε $f'(0)$ να μην υπάρχει και επίσης να ισχύει $f'(2) = 0$ και $f''(x) < 0$ για όλα τα x εκτός από $x = 0$. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της f ;



(A) Η (A) (B) Η (B) (Γ) Η (C) (Δ) Η (D) (E) Η (E)

6) Οι έξι πρώτοι όροι μιας άγνωστης ακολουθίας είναι: 1, 4, 9, 16, 25, 36. Ποιος είναι ο έβδομος όρος της ακολουθίας;

(A) -12 (B) 24 (Γ) 49 (Δ) 81 (E) Μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός

7) Έστω σημείο P με συντεταγμένες $(0, 13)$. Ποιες είναι οι συντεταγμένες των σημείων της καμπύλης $y = \frac{x^2}{6} + 4$ που απέχουν τη μικρότερη απόσταση από το P;

(A) $(-1, 4\frac{1}{6})$ και $(1, 4\frac{1}{6})$ (B) $(-3, 5\frac{1}{2})$ και $(3, 5\frac{1}{2})$ (Γ) $(-6, 10)$ και $(6, 10)$ (Δ) $(-7, 12\frac{1}{6})$ και $(7, 12\frac{1}{6})$ (E) $(-9, 17\frac{1}{2})$ και $(9, 17\frac{1}{2})$

8) Το όριο της ακολουθίας $a_n = \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$ είναι:

(A) 1 (B) e^2 (Γ) e (Δ) \sqrt{e} (E) Η ακολουθία αποκλίνει

9) Δίνεται η ακολουθία $a_n = n!/2^n$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

(A) Η ακολουθία είναι φθίνουσα για $n > 1$
 (B) Η ακολουθία είναι αύξουσα για $n > 1$
 (Γ) Η ακολουθία δεν είναι ούτε αύξουσα ούτε φθίνουσα
 (Δ) Ο πρώτος όρος της ακολουθίας ισούται με 2
 (E) Ο πρώτος όρος της ακολουθίας ισούται με 3

10) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n > 0$. Αν γνωρίζουμε ότι η σειρά αυτή δεν συγκλίνει τότε για

τη σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ έχουμε ότι:

(A) Δεν συγκλίνει (B) Συγκλίνει (Γ) Συγκλίνει απολύτως (Δ) Δεν μπορούμε να αποφανθούμε αν συγκλίνει ή αποκλίνει (E) Συγκλίνει στο 1

11) Ποια από τις παρακάτω προτάσεις ισχύει για τη σειρά $4 - 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} + \dots$;

(A) Συγκλίνει στο 1 (B) Συγκλίνει στο 3 (Γ) Συγκλίνει στο $51/16$ (Δ) Συγκλίνει στο $16/5$ (E) Αποκλίνει

12) Βρείτε τις τιμές της παραμέτρου a για τις οποίες η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} n^a \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$ συγκλίνει
(A) $a < 3/2$ (B) $a < 1$ (Γ) $a < 1/2$ (Δ) $a > 3/2$ (E) Η σειρά αποκλίνει για κάθε a

13) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} (x-3)^n$ είναι
(A) $[5/2, 7/2]$ (B) $[5/2, 7/2)$ (Γ) $(5/2, 7/2]$ (Δ) $(5/2, 7/2)$ (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

14) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \cos x$ είναι

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$
(E) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

15) Η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \dots$ είναι
(A) 0 (B) 1 (Γ) 2 (Δ) 3 (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

Ιωάννινα, 16 Νοεμβρίου 2016