

# ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Ιανουαρίου 2017

- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Με τι ισούνται οι παράμετροι  $c$  και  $d$  έτσι ώστε η συνάρτηση

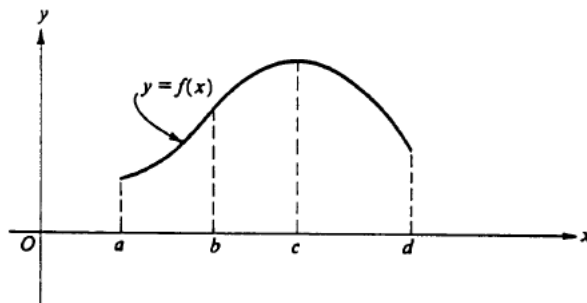
$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x < 0 \\ cx + d, & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x+8}, & x > 1 \end{cases}$$

να είναι συνεχής παντού;

- (A)  $c = -1, d = 3$  (B)  $c = 3, d = -1$  (Γ)  $c = 4, d = -1$  (Δ)  $c = 1, d = 3$  (E)  $c = -1, d = 4$

2) Η παράγωγος διαφορίσιμης περιοδικής συνάρτησης:

- (A) Είναι πάντα περιοδική συνάρτηση (B) Δεν είναι ποτέ περιοδική συνάρτηση (Γ) Σε μερικές περιπτώσεις είναι περιοδική συνάρτηση (Δ) Δεν είναι ποτέ άρτια συνάρτηση (E) Δεν είναι ποτέ περιττή συνάρτηση



3) Η γραφική παράσταση της  $y = f(x)$  παρουσιάζεται στο παραπάνω σχήμα. Σε ποιο διάστημα ισχύει ταυτόχρονα ότι και  $\frac{dy}{dx} > 0$  και  $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ ;

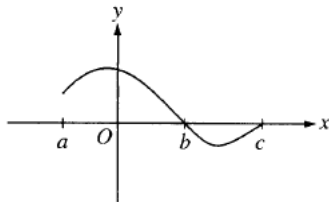
- (A)  $a < x < b$  (B)  $b < x < c$  (Γ)  $c < x < d$  (Δ)  $a < x < c$  (E)  $b < x < d$

4) Πόσες ρίζες έχει η συνάρτηση  $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 4$  στο κλειστό διάστημα  $[0, 1]$ ;

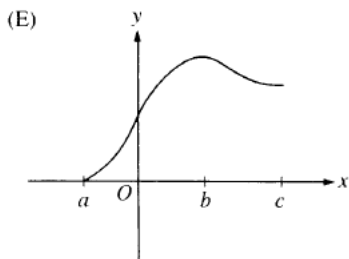
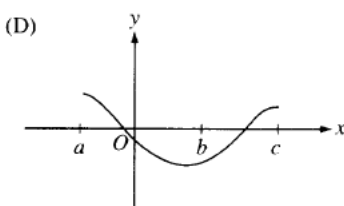
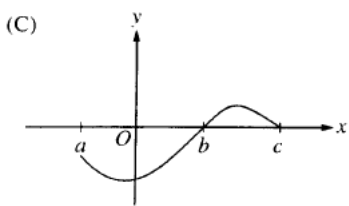
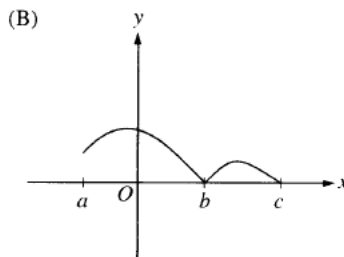
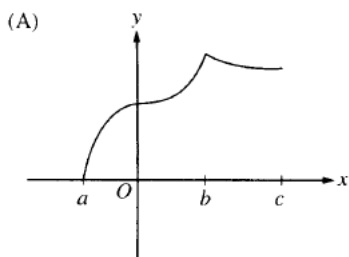
- (A) Δεν έχει καμία (B) Τρεις (Γ) Δύο (Δ) Το λιγότερο μία (E) Το πολύ μία

5) Βρείτε και χαρακτηρίστε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 3$ :

- (A) Στο  $x = 4$  έχουμε τοπικό μέγιστο και στο  $x = -\frac{2}{3}$  τοπικό ελάχιστο  
 (B) Στο  $x = 4$  έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο  $x = -\frac{2}{3}$  τοπικό μέγιστο  
 (Γ) Στο  $x = 4$  έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο  $x = -\frac{2}{3}$  σημείο καμπής  
 (Δ) Στο  $x = 4$  έχουμε τοπικό μέγιστο και στο  $x = -\frac{2}{3}$  σημείο καμπής  
 (E) Στο  $x = 4$  έχουμε τοπικό ελάχιστο και στο  $x = -\frac{2}{3}$  έχουμε επίσης τοπικό ελάχιστο



6) Έστω  $f(x) = \int_a^x h(t)dt$ , με τη γραφική παράσταση της  $h$  να εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της  $f$ ;



(A) Η (A)    (B) Η (B)    (Γ) Η (C)    (Δ) Η (D)    (E) Η (E)

7) Αν το  $n$  είναι θετικός ακέραιος, τότε το ολοκλήρωμα  $\int_0^{2\pi} x \cos nx dx$  ισούται με

(A)  $\pi$     (B)  $-\pi$     (Γ) 1    (Δ) 0    (E) -1

8) Το άθροισμα της σειράς  $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} + \frac{4}{27} - \frac{8}{81} + \dots$  ισούται με

- (A) 0 (B)  $\frac{2}{3}$  (Γ)  $\frac{1}{3}$  (Δ)  $\frac{1}{5}$  (E) Η σειρά αποκλίνει

9) Το όριο της ακολουθίας  $a_n = \frac{n + \sin n}{2n - \cos n}$  είναι:

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (Γ) -1 (Δ) 0 (E) δεν υπάρχει

10) Η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς  $\sum_{n=1}^{\infty} n5^n x^n$  είναι:

- (A)  $\infty$  (B) 0 (Γ)  $\frac{1}{5}$  (Δ) 5 (E) 1

11) Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται ανάμεσα στην καμπύλη  $y = x^2$  και στην καμπύλη  $y = x^3$  ισούται με

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (Γ)  $\frac{1}{12}$  (Δ)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{1}{6}$

12) Το ολοκλήρωμα  $\int \frac{x-5}{x^2(x+1)} dx$  ισούται με

- (A)  $6 \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| - \frac{5}{x} + C$  (B)  $\ln[x^2(x+1)] + \frac{5}{x} + C$  (Γ)  $\ln \left| \frac{x^2}{x+1} \right| + C$  (Δ)  $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{5}{x} + C$  (E)  $6 \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{5}{x} + C$

13) Το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$  ισούται με

- (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (Γ)  $\pi$  (Δ)  $2\pi$  (E) αποκλίνει

14) Το μήκος της καμπύλης η οποία αντιστοιχεί στην εξίσωση  $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$  από  $x = 1$  μέχρι  $x = 8$  ισούται με

- (A) 8 (B) 9 (Γ) 10 (Δ) 11 (E) 12

15) Βρείτε το  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

- (A) 0 (B) 1 (Γ)  $1/2$  (Δ)  $1/3$  (E) δεν υπάρχει

16) Αν  $z = \ln(x^2 + y^2)$  με  $x = e^{-t}$ ,  $y = e^t$ , τότε το  $\frac{dz}{dt}$  ισούται με

- (A)  $2 \sinh 2t$  (B)  $2 \tanh 2t$  (Γ)  $2 \cosh 2t$  (Δ)  $2 \operatorname{sech} 2t$  (E)  $2 \operatorname{csch} 2t$

17) Βρείτε την παράγωγο της  $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + 5y^2$  στο σημείο (1, 2) στην κατεύθυνση μοναδιαίου διανύσματος το οποίο σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τη θετική ημιευθεία του άξονα των  $x$

- (A)  $-2\mathbf{i} + 17\mathbf{j}$  (B) 15 (Γ)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (Δ)  $\frac{15\sqrt{2}}{2}$  (E)  $\sqrt{2}$

18) Βρείτε τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 6xy + 10x - 6y + 5$

- (A) Υπάρχει μόνο τοπικό μέγιστο στο  $(2, -3)$
- (B) Υπάρχει μόνο τοπικό ελάχιστο στο  $(2, -3)$
- (Γ) Υπάρχει μόνο τοπικό μέγιστο στο  $(-3, 2)$
- (Δ) Υπάρχει μόνο τοπικό ελάχιστο στο  $(-3, 2)$
- (E) Δεν υπάρχει ούτε τοπικό μέγιστο ούτε τοπικό ελάχιστο

19) Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου όπου η συνάρτηση  $f(x, y, z) = 3x - 2y + z$  αποκτά μέγιστη τιμή πάνω σε σφαίρα εξίσωσης  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$

- (A)  $(3, -2, 1)$  (B)  $(-2, 3, 1)$  (Γ)  $(1, -2, 3)$  (Δ)  $(3, 1, -2)$  (E)  $(-2, 1, 3)$

20) Έστω συνάρτηση  $f(x)$  τέτοια ώστε  $f(0) = 2$ ,  $f'(0) = 1$ ,  $f''(0) = 4$ ,  $f'''(0) = 12$  και  $f^{(n)}(0) = 0$  για κάθε  $n > 3$ . Βρείτε την  $f(x)$

- (A)  $2 + x + 4x^2 + 4x^3$  (B)  $2 + x + 4x^2 + 12x^3$  (Γ)  $2 + x + 2x^2 + 2x^3$  (Δ)  $2 + x + 4x^2$
- (E) Δεν μπορεί να προσδιοριστεί από τα δεδομένα της ερώτησης

Ιωάννινα, Ιανουάριος 2017