

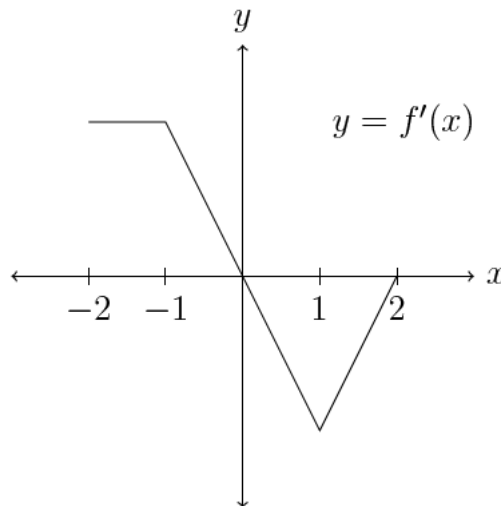
# ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Σεπτεμβρίου 2017

- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^3 2x}{x^3}$   
(A) 0 (B) 1 (Γ) 2 (Δ) 8 (E) Δεν συγκλίνει

2) Με τι ισούται η συνάρτηση  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right) + \frac{1}{2} \sin^{-1} x$  στο διάστημα  $(-1, 1]$ ;  
(A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (Γ)  $\pi$  (Δ)  $\frac{3\pi}{2}$  (E)  $2\pi$



3) Η γραφική παράσταση της παραγώγου της συνάρτησης  $f$  φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (A) Η  $f$  είναι φθίνουσα στο  $[-1, 1]$
- (B) Η  $f$  είναι αύξουσα στο  $[-2, 0]$
- (Γ) Η  $f$  είναι αύξουσα στο  $[1, 2]$
- (Δ) Η  $f$  έχει τοπικό ελάχιστο στο  $x = 0$
- (E) Η  $f$  δεν είναι διαφορίσιμη στο  $x = -1$  ή στο  $x = 1$

4) Για κάθε πολυώνυμο περιττού βαθμού με πραγματικούς συντελεστές ισχύει ότι:

- (A) Δεν έχει καμία πραγματική ρίζα
- (B) Έχει το πολύ μία πραγματική ρίζα
- (Γ) Έχει ακριβώς μία πραγματική ρίζα
- (Δ) Έχει τουλάχιστον μία πραγματική ρίζα
- (E) Έχει τουλάχιστον δύο πραγματικές ρίζες

5) Στο χώρο  $\mathbb{R}^3$  η εξίσωση  $x = 3$  παριστάνει

- (A) Σημείο (B) Ευθεία (Γ) Επίπεδο (Δ) Είτε σημείο είτε ευθεία (E) Είτε ευθεία είτε επίπεδο

6) Για ποιες τιμές του  $x$  συγκλίνει η σειρά  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}}$ ;

- (A)  $(-2, 0)$  (B)  $[-2, 0)$  (Γ)  $(-2, 0]$  (Δ)  $[-2, 0]$  (E)  $(-1, 1)$

7) Το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στις καμπύλες  $r = 4 \sin \theta$  και  $r = 2$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$  είναι

- (A)  $\frac{5\pi}{6}$  (B)  $\frac{4\pi}{3}$  (Γ)  $2\sqrt{3}$  (Δ)  $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$  (E)  $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$

8) Το ολοκλήρωμα  $\int \frac{1}{1 - \sin x + \cos x} dx$  ισούται με

- (A)  $\ln \left| \tan \frac{x}{4} + 1 \right| + C$  (B)  $\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + C$  (Γ)  $\ln \left| \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + C$  (Δ)  $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + C$  (E)  $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + C$

9) Το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$  ισούται με

- (A)  $\pi$  (B)  $\pi/2$  (Γ)  $\pi/4$  (Δ)  $\pi/6$  (E)  $\pi/12$

10) Η παράγωγος κατεύθυνσης της συνάρτησης  $f(x, y) = x^2y^3 - 4y$  στο σημείο  $P(2, -1)$  στην κατεύθυνση του διανύσματος  $2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$  ισούται με

- (A)  $32/\sqrt{29}$  (B)  $2/\sqrt{29}$  (Γ)  $5/\sqrt{29}$  (Δ)  $-4\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$  (E)  $-2/\sqrt{29}$

11) Βρείτε το όριο της ακολουθίας  $a_n$  που ορίζεται από τον αναδρομικό τύπο  $a_1 = \sqrt{2}$  και  $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$  για κάθε  $n \in \mathbb{N}$

- (A) 0 (B) 1 (Γ) 2 (Δ) 3 (E) δεν υπάρχει

12) Οι ισοσταθμικές επιφάνειες της συνάρτησης  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z$  είναι

- (A) Η οικογένεια των επιφανειών με εξίσωση  $z = (1/2)x^2 + (1/2)y^2 - (1/2)c$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$
- (B) Η οικογένεια των επιφανειών με εξίσωση  $x = (1/2)z^2 + (1/2)y^2 - (1/2)c$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$
- (Γ) Η οικογένεια των επιφανειών με εξίσωση  $y = (1/2)x^2 + (1/2)z^2 - (1/2)c$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$
- (Δ) Η οικογένεια των επιφανειών με εξίσωση  $z = (1/2)x^2 + (1/2)y^2 + c$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$
- (E) Η οικογένεια των επιφανειών με εξίσωση  $z = (1/2)x^2 + (1/2)y^2 - c$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$

13) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$ . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (A) Το σημείο  $(0, 0)$  είναι τοπικό μέγιστο της συνάρτησης
- (B) Το σημείο  $(0, 0)$  είναι τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης

- (Γ) Το σημείο  $(0, 0)$  είναι σαγματικό σημείο της συνάρτησης  
 (Δ) Το σημείο  $(0, 0)$  είναι ολικό μέγιστο της συνάρτησης  
 (Ε) Τα δεδομένα του ερωτήματος δεν επαρκούν για να απαντήσουμε αν η  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο  $(0, 0)$

14) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x, y) = \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$ . Για να είναι η  $f$  συνεχής στο σημείο

- $(0, 0)$  θα πρέπει η  $f(0, 0)$  να ισούται με  
 (Α) 1 (Β) 1/2 (Γ) 0 (Δ) -1 (Ε)  $\pi$

15) Το άθροισμα της σειράς  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$  ισούται με

- (Α) 0 (Β) 1 (Γ) 1/3 (Δ) 1/4 (Ε) αποκλίνει

16) Αν η δυναμοσειρά  $\sum a_n x^n$  συγκλίνει για  $x = b$ , τότε

- (Α) Δεν συγκλίνει απόλυτα για κανένα  $x$   
 (Β) Συγκλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| < |a|$   
 (Γ) Συγκλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| > |a|$   
 (Δ) Συγκλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| > |b|$   
 (Ε) Συγκλίνει απόλυτα για κάθε  $|x| < |b|$

17) Έστω  $g$  συνεχής συνάρτηση και έστω τα ολοκληρώματα  $I_1 = \int_a^b g(x)dx$ ,  $I_2 = \int_{a+1}^{b+1} g(x-1)dx$  και  $I_3 = \int_0^{b-a} g(x+a)dx$ . Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή;

- (Α)  $I_1 \neq I_2 \neq I_3$  (Β)  $I_1 = I_2 = I_3$  (Γ)  $I_1 = I_2 \neq I_3$  (Δ)  $I_1 = I_3 \neq I_2$  (Ε)  $I_1 \neq I_2 = I_3$

18) Έστω  $n \in \mathbb{N} - \{1\}$ . Ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς  $1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \dots, \sqrt[n]{n}$  είναι ο

- (Α)  $\sqrt{2}$  (Β)  $\sqrt[3]{3}$  (Γ)  $\sqrt[4]{4}$  (Δ)  $\sqrt[5]{5}$  (Ε)  $\sqrt[6]{6}$

19) Αν  $w = xy + z$ , όπου  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$  και  $z = t$  τότε η τιμή της παραγώγου  $\frac{dw}{dt}$  για  $t = \frac{\pi}{4}$  ισούται με

- (Α) -1 (Β) 0 (Γ)  $\pi$  (Δ) 1 (Ε)  $-\pi$

20) Η συνάρτηση  $f(x) = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$  ισούται με

- (Α)  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  (Β)  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n+1}$  (Γ)  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$  (Δ)  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n-1}$  (Ε)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$