

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ενδιάμεση εξέταση Νοεμβρίου 2017

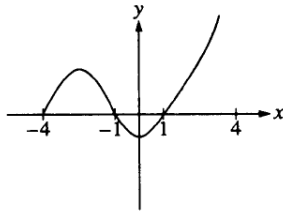
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 2/3. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.15.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών έχει τις εξής ιδιότητες: (i) $f(1) = 2$, (ii) $f(2) = 8$ και (iii) $f(u + v) - f(u) = kuv - 2v^2$ για κάθε u, v με k μία σταθερά. Η $f'(x)$ ισούται με

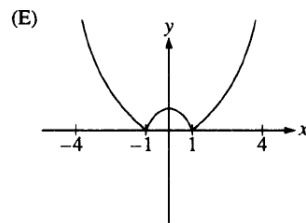
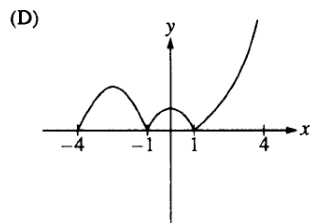
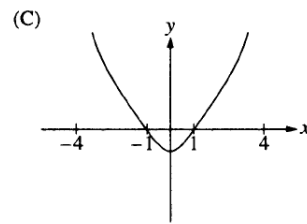
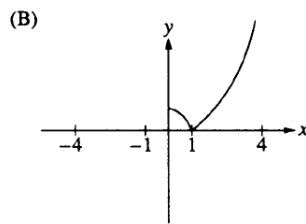
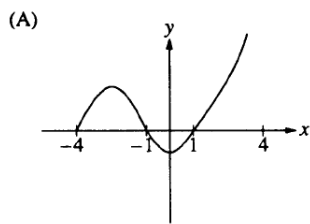
(A) 0 (B) $8x$ (Γ) 8 (Δ) $2x^2$ (E) $8x^2$

2) Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x)}{\sin(\tan x)}$

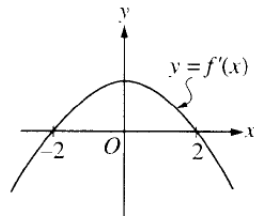
(A) ∞ (B) π (Γ) $-\pi$ (Δ) 1 (E) -1



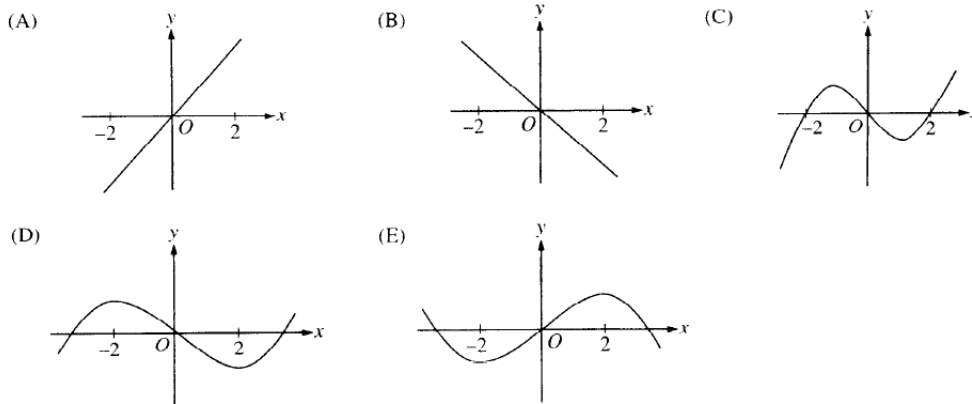
3) Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x)$. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αναπαριστά τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(|x|)$; Η (A) (B) Η (B) (Γ) Η (C) (Δ) Η (D) (E) Η (E)



- 4) Η εξίσωση $x^3 + px + q = 0$ με $p > 0$ έχει:
 (Α) Ακριβώς μία λύση (Β) Τουλάχιστον μία λύση (Γ) Ακριβώς δύο λύσεις (Δ)
 Τουλάχιστον δύο λύσεις (Ε) Το πολύ δύο λύσεις



- 5) Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραγωγού συνάρτησης f . Ποια από τις παρακάτω καμπύλες είναι η γραφική παράσταση της f ;



- (Α) Η (Α) (Β) Η (Β) (Γ) Η (C) (Δ) Η (D) (Ε) Η (E)

- 6) Οι πέντε πρώτοι όροι μιας άγνωστης ακολουθίας είναι: 2, 4, 6, 8, 10. Ποιος είναι ο έκτος όρος της ακολουθίας;

- (Α) Μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός (Β) 12 (Γ) 14 (Δ) 16 (Ε) -12

- 7) Ποια τιμή έχει η x συντεταγμένη του σημείου (x, y) που ανήκει στην ευθεία $y = -(7/3)x + 10$ και για το οποίο το άθροισμα των τετραγώνων των συντεταγμένων του (δηλαδή η ποσότητα $x^2 + y^2$) ελαχιστοποιείται;

- (Α) $140/3$ (Β) $105/29$ (Γ) $116/9$ (Δ) $58/9$ (Ε) $49/29$

- 8) Το όριο της ακολουθίας $a_n = \sqrt[n]{1/n^k}$ με $k > 0$ είναι:

- (Α) 0 (Β) 1 (Γ) e^k (Δ) $e^{k/n}$ (Ε) $\sqrt[n]{e}$

- 9) Δίνεται η ακολουθία $a_n = n^n/n!$ με $n \geq 1$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (Α) Ο πρώτος όρος της ακολουθίας ισούται με 2
 (Β) Ο πρώτος όρος της ακολουθίας ισούται με $27/6$

- (Γ) Η ακολουθία δεν είναι ούτε αύξουσα ούτε φθίνουσα
 (Δ) Η ακολουθία είναι αύξουσα
 (Ε) Η ακολουθία είναι φθίνουσα

10) Δίνεται η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n+1)}{n^3+1}$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (Α) Η σειρά συγκλίνει υπό συνθήκη
 (Β) Η σειρά συγκλίνει απολύτως
 (Γ) Η σειρά αποκλίνει
 (Δ) Η σειρά είναι εναλλασσόμενη
 (Ε) Η σειρά είναι τηλεσκοπική

11) Η σειρά $1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \dots$

- (Α) Συγκλίνει στο 1 (Β) Συγκλίνει στο 3 (Γ) Συγκλίνει στο $3/2$ (Δ) Συγκλίνει στο $9/2$ (Ε) Αποκλίνει

12) Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n n^b}$ με $a > 0$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (Α) Η σειρά συγκλίνει αν $a < 1$
 (Β) Η σειρά αποκλίνει αν $a < 1$
 (Γ) Η σειρά αποκλίνει αν $a = 1$ και $b > 1$
 (Δ) Η σειρά συγκλίνει αν $a = 1$ και $b \leq 1$
 (Ε) Όταν $a = 1$ δεν μπορούμε να αποφανθούμε για τη σύγκλιση ή την απόκλιση της σειράς

13) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n^2+1)}$ είναι

- (Α) $[-1, 1]$ (Β) $[-1, 1)$ (Γ) $(-1, 1]$ (Δ) $(-1, 1)$ (Ε) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

14) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \cos x$ είναι

- (Α) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (Β) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ (Ε)

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

15) Η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(n!)^2 2^{2n}}$ είναι

- (Α) 1 (Β) 2 (Γ) $1/2$ (Δ) ∞ (Ε) 0