

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Ιανουαρίου 2018

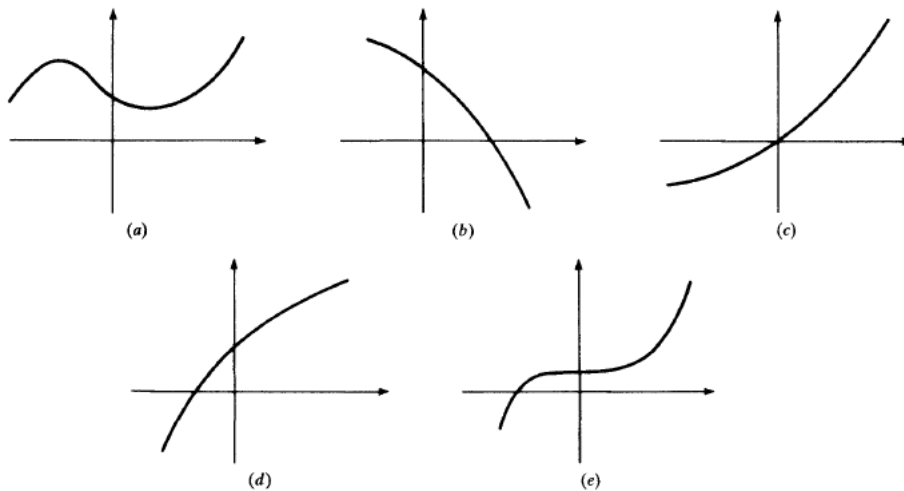
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Το ολοκλήρωμα $\int \frac{1}{1 - \sin x + \cos x} dx$ ισούται με

- (A) $\ln \left| \tan \frac{x}{4} + 1 \right| + C$ (B) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + C$ (Γ) $\ln \left| \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + C$ (Δ) $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} + 1 \right| + C$
(E) $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} - 1 \right| + C$

2) Σώμα κινείται στο επίπεδο (x, y) σύμφωνα με τις εξισώσεις $x = t^2 + 2t$, $y = 2t^3 - 6t$. Η κλίση της εφαπτομένης στην τροχιά του όταν $t = 0$ είναι:

- (A) -3 (B) 1 (Γ) 0 (Δ) 3 (E) -1

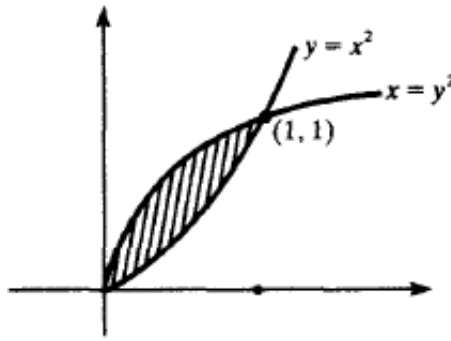


3) Έστω συνάρτηση f και έστω f' , f'' η πρώτη και δεύτερη παράγωγός της, αντίστοιχα. Αν για όλα τα x ισχύει $f'(x) > 0$ και $f''(x) < 0$, ποια από τις παραπάνω καμπύλες αντιπροσωπεύει το γράφημα της f ;

- (A) Η (a) (B) Η (b) (Γ) Η (c) (Δ) Η (d) (E) Η (e)

4) Το άθροισμα της σειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$ ισούται με

- (A) 0 (B) 1 (Γ) 1/3 (Δ) 1/4 (E) αποκλίνει



5) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου του παραπάνω σχήματος είναι:

- (A) 1 (B) 2 (Γ) $\frac{1}{3}$ (Δ) 3 (E) $\frac{2}{3}$

6) Το όριο της ακολουθίας $a_n = \frac{n + \sin n}{2n - \cos n}$ είναι:

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (Γ) -1 (Δ) 0 (E) δεν υπάρχει

7) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ είναι

- (A) [-1, 1] (B) (-1, 1) (Γ) [-1, 1) (Δ) (1, -1] (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

8) Το ολοκλήρωμα $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ισούται με

- (A) 1 (B) 2 (Γ) -1 (Δ) 0 (E) αποκλίνει

9) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, με τους συντελεστές a, b, c και d τέτοιους ώστε η $f(x)$ να μην είναι ποτέ σταθερή συνάρτηση. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις για την $f(x)$ είναι σωστή;

- (A) Έχει τοπικό μέγιστο στο $-d/c$
 (B) Έχει τοπικό ελάχιστο στο $-b/a$
 (Γ) Έχει τοπικό μέγιστο όταν $ad - bc = 0$
 (Δ) Έχει τοπικό ελάχιστο όταν $ad - bc = 0$
 (E) Δεν έχει τοπικά ακρότατα

10) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x, y) = e^x \ln(xy)$ είναι

- (A) Το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο (χωρίς τους άξονες)
 (B) Το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο (μαζί με τους άξονες)
 (Γ) Το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο (χωρίς τους άξονες)
 (Δ) Το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο (μαζί με τους άξονες)
 (E) Όλο το επίπεδο

11) Η παράγωγος κατεύθυνσης της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + 5y^2$ στο σημείο $P(1, 2)$ στην κατεύθυνση μοναδιαίου διανύσματος που σχηματίζει γωνία 45° με το θετικό ημιάξονα των x είναι

(A) $\sqrt{2}/2$ (B) $15\sqrt{2}/2$ (Γ) $17\sqrt{2}/2$ (Δ) $(\sqrt{2}/2)\mathbf{i} + (\sqrt{2}/2)\mathbf{j}$ (E) $\sqrt{2}$

12) Βρείτε και χαρακτηρίστε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy - 1$
(A) Το $(0,0)$ είναι τοπικό ελάχιστο, το $(1,-1)$ είναι τοπικό μέγιστο και το $(-1, 1)$ είναι σαγματικό σημείο

(B) Το $(0,0)$ είναι τοπικό ελάχιστο, το $(1,-1)$ είναι σαγματικό σημείο και το $(-1, 1)$ είναι τοπικό μέγιστο

(Γ) Το $(0,0)$ είναι σαγματικό σημείο, το $(1,-1)$ είναι τοπικό ελάχιστο και το $(-1,1)$ είναι επίσης τοπικό ελάχιστο

(Δ) Το $(0,0)$ είναι σαγματικό σημείο, το $(1,-1)$ είναι τοπικό μέγιστο και το $(-1,1)$ είναι επίσης τοπικό μέγιστο

(E) Το $(0,0)$ είναι τοπικό μέγιστο, το $(1,-1)$ είναι τοπικό ελάχιστο και το $(-1, 1)$ είναι σαγματικό σημείο

13) Αν $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, τότε η $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ ισούται με

(A) -1 (B) 0 (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) $-\frac{1}{2}$ (E) 1

14) Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y) = \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$. Για να είναι η f συνεχής στο σημείο

$(0, 0)$ θα πρέπει η $f(0, 0)$ να ισούται με

(A) 1 (B) $1/2$ (Γ) 0 (Δ) -1 (E) π

15) Η εξίσωση $x^3 + px + q = 0$ με $p > 0$ έχει:

(A) Δύο πραγματικές ρίζες (B) Καμία πραγματική ρίζα (Γ) Το πολύ μία πραγματική ρίζα (Δ) Τουλάχιστον μία πραγματική ρίζα (E) Ακριβώς μία πραγματική ρίζα

16) Μια καμπύλη περιγράφεται από τις εξισώσεις $x = e^t \cos t$ και $y = e^t \sin t$, όπου $0 \leq t \leq \pi$. Το μήκος της ισούται με

(A) $\sqrt{2}(e^\pi - 2)$ (B) $\sqrt{2}(e^\pi + 1)$ (Γ) $\sqrt{2}(e^\pi - 1)$ (Δ) $e^\pi - 1$ (E) e^π

17) Η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$ είναι

(A) 2 (B) 3 (Γ) 4 (Δ) 5 (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

18) Βρείτε το $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{t^2 + 2} dt \right)$

(A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (Γ) $\sqrt{3}$ (Δ) $\sqrt{6}$ (E) $\sqrt{7}$

19) Η καμπύλη της συνάρτησης $y = \frac{4x - 5}{3x + 2}$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες

(A) μόνο την $y = \frac{4}{3}$ (B) μόνο την $x = -\frac{2}{3}$ (Γ) την $x = \frac{4}{3}$ και την $y = -\frac{2}{3}$ (Δ) την $x = -\frac{2}{3}$ και την $y = \frac{4}{3}$ (E) μόνο την $x = \frac{5}{4}$

20) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \sin x$ είναι

$$\begin{aligned} & \text{(A)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \text{(B)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad \text{(Γ)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} \quad \text{(Δ)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \\ & \text{(E)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \end{aligned}$$

Ιωάννινα, Ιανουάριος 2018