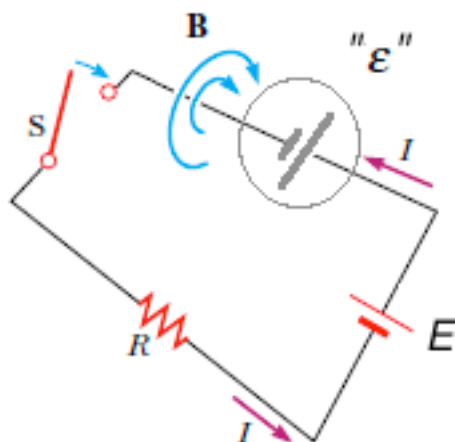


Αυτεπαγωγή



Στο κύκλωμα του Σχήματος, μία πηγή E συνδέεται με ωμική αντίσταση R και διακόπτη S . Μόλις κλείσει ο διακόπτης, το ρεύμα παράγει ένα μαγνητικό πεδίο B οπότε διέρχεται μαγνητική ροή από το βρόχο του ίδιου κυκλώματος. Η ένταση του ρεύματος I αυξάνει και πλησιάζει μία οριακή τιμή ισορροπίας. Η μεταβολή της μαγνητικής ροής προκαλεί την εμφάνιση τάσης επαγωγής στο ίδιο κύκλωμα, η οποία ονομάζεται τάση αυτεπαγωγής

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Αφού $\Phi_m \propto B \propto I$,

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

Το πρόσημο (-) μείον οφείλεται στο ότι η τάση αυτεπαγωγής έχει αντίθετη φορά από εκείνη της πηγής (διατήρηση ενέργειας - κανόνας του Lenz).

Το L ονομάζεται συντελεστής αυτεπαγωγής του κυκλώματος και εξαρτάται από

- Τα γεωμετρικά στοιχεία και
- Τις φυσικές ιδιότητες του κυκλώματος, όπως είναι οι μαγνητικές ιδιότητες του μέσου και η εγκύτητα με άλλα κυκλώματα.

Μονάδα αυτεπαγωγής είναι το 1 Henry (H)

$$1H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$$

Σε κάθε κύκλωμα στο οποίο μπορεί να μεταβληθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό εξ αιτίας του ρεύματος που το διαρρέει, αναπτύσσεται τάση αυτεπαγωγής και το κύκλωμα έχει κάποιο συντελεστή αυτεπαγωγής.

Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε τον συντελεστή αυτεπαγωγής ενός πηνίου μεγάλου μήκους ℓ με N σπείρες και εμβαδό διατομής A .

Μεγάλο μήκος πηνίου σημαίνει $\ell \gg R$ (=ακτίνα).

Όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I η μαγνητική επαγωγή στο εσωτερικό του είναι

$$B = \mu_0 n^* I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

όπου n^* είναι ο αριθμός των σπειρών ανά μονάδα μήκους.

Έστω $\Phi_m^{(1)}$ η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα. Η συνολική μαγνητική ροή είναι

$$\Phi_m = N \Phi_m^{(1)} = NBA = N \mu_0 \frac{N}{\ell} I A = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} I$$

Εάν μεταβληθεί το ρεύμα, η τάση επαγωγής είναι

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} I \right) = - \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \frac{dI}{dt}$$

Εναλλακτικά, από τον ορισμό της τάσης αυτεπαγωγής

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

Συγκρίνοντας τις δύο σχέσεις έχουμε ότι

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$$

Άσκηση: Να δείξετε ότι η ποσότητα $\mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$ έχει μονάδες Henry. Επομένως, εναλλακτική μονάδα του μ_0 είναι το $1H/m$.

Πρόβλημα 2

Να υπολογίσετε τον συντελεστή αυτεπαγωγής ενός συστήματος ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες a και b . Οι κύλινδροι έχουν πολύ μεγάλο μήκος ℓ και διαρρέονται από αντίθετα ρεύματα έντασης I . Το σύστημα αυτό αποτελεί προσέγγιση ενός ομοαξονικού καλωδίου.

Όταν το σύστημα διαρρέεται από τα αντίθετα ρεύματα, δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, του οποίου η ένταση υπολογίζεται με τον νόμο του Ampère.

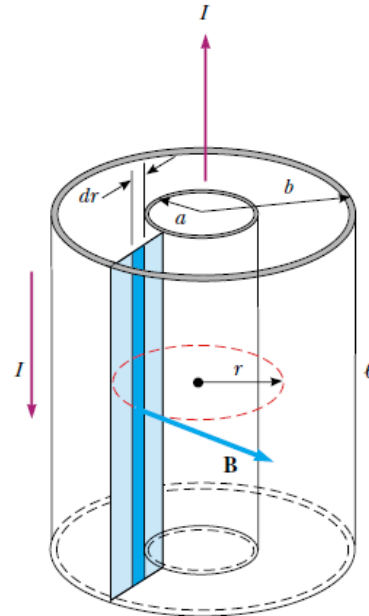
Έχουμε

Για $r < a$, $B_1 = 0$

Για $a \leq r \leq b$,

$$\oint_C \vec{B}_2 \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \Rightarrow \dots \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Για $r > b$, $B_3 = 0$



Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο του Σχήματος με διαστάσεις $(b-a) \times \ell$ διέρχεται μαγνητική ροή Φ_m η οποία υπολογίζεται χωρίζοντας το ορθογώνιο σε στοιχειώδεις λωρίδες εμβαδού $\ell \cdot dr$. Έχουμε

$$d\Phi_m = B_2 \ell dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \ell dr$$

Άρα

$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Από τον ορισμό της τάσης επαγωγής

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \ell \ln \frac{b}{a} \frac{dI}{dt}$$

ενώ από τον ορισμό της τάσης αυτεπαγωγής

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\text{Άρα, } L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ell \ln \frac{b}{a}$$

