

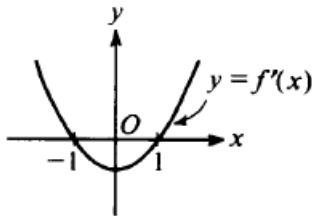
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Σεπτεμβρίου 2018

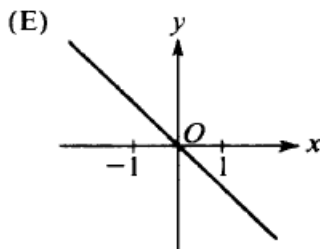
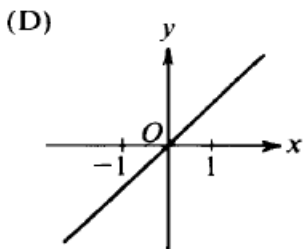
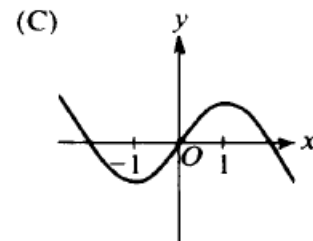
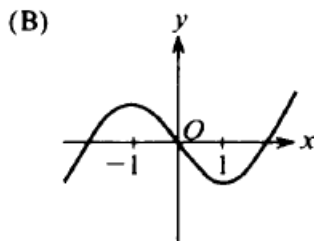
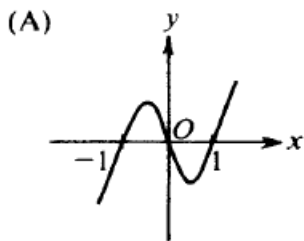
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Αν η συνάρτηση f είναι διαφορίσιμη έτσι ώστε $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$, τότε το $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+1) - f(x)]$ ισούται με
(A) $-\infty$ (B) ∞ (Γ) -1 (Δ) 1 (E) 0

2) Έστω F και G διαφορίσιμες συναρτήσεις τέτοιες ώστε $F(3) = 5$, $G(3) = 7$, $F'(3) = 13$, $G'(3) = 6$, $F'(7) = 2$, $G'(7) = 0$. Αν ισχύει ότι $H(x) = F(G(x))$ τότε το $H'(3)$ ισούται με
(A) 12 (B) 2 (Γ) 6 (Δ) 8 (E) 15



3) Η γραφική παράσταση της παραγώγου της συνάρτησης f φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Ποια από τις παρακάτω καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της f ;



(A) Η (A) (B) Η (B) (Γ) Η (C) (Δ) Η (D) (E) Η (E)

4) Αν η $f(x) = x^3 + 3x^2 + k$ έχει τρεις διαφορετικές πραγματικές ρίζες, τότε ισχύει:

(A) $-3 < k < 3$ (B) $-2 < k < 2$ (Γ) $-4 < k < 0$ (Δ) $k > 0$ (E) $k < -4$

5) Στο χώρο \mathbb{R}^3 η εξίσωση $x^2 + y^2 = 4$ παριστάνει

(A) Κύλινδρος (B) Σφαίρα (Γ) Ελλειψοειδές (Δ) Κύκλος (E) Έλλειψη

6) Για ποιες τιμές του x συγκλίνει η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$;

(A) $[-1, 1)$ (B) $[-1, 1]$ (Γ) $(0, 2)$ (Δ) $[0, 2)$ (E) $[0, 2]$

7) Το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στις καμπύλες $y = x^2$ και $y = x^3$ είναι

(A) 1 (B) 1/4 (Γ) 1/3 (Δ) 1/12 (E) 4/3

8) Το ολοκλήρωμα $\int \frac{1}{\sinh x} dx$ ισούται με

(A) $\ln \left| \cosh \frac{x}{2} \right| + C$ (B) $\ln \left| \tanh \frac{x}{2} \right| + C$ (Γ) $\ln \left| \sinh \frac{x}{2} \right| + C$ (Δ) $\tanh(1 + \cosh x) + C$
(E) $\tanh(1 - \cosh x) + C$

9) Το ολοκλήρωμα $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$ ισούται με

(A) 1/4 (B) 1/3 (Γ) $\pi/4$ (Δ) $\pi/2$ (E) 1/2

10) Το άθροισμα των τετραγώνων των παραγώγων κατεύθυνσης της $z = f(x, y)$ κατά μήκος δύο κάθετων μεταξύ τους διευθύνσεων ισούται με

(A) 0

(B) το τετράγωνο της μεγαλύτερης παραγώγου κατεύθυνσης

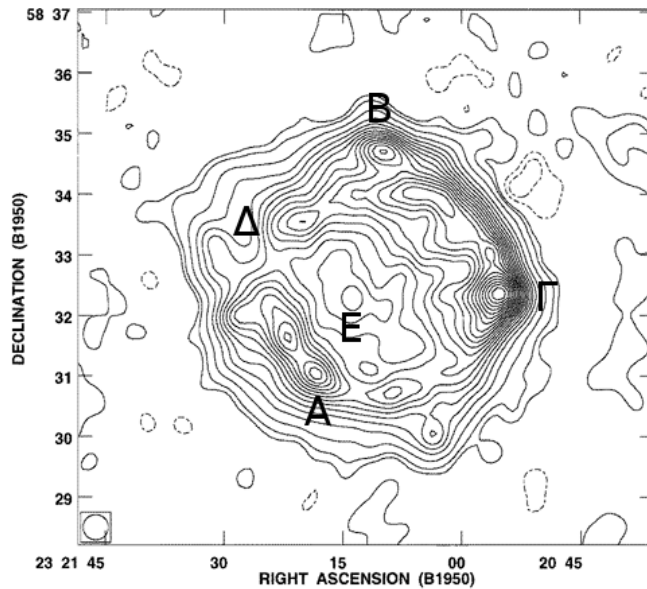
(Γ) το τετράγωνο της μικρότερης παραγώγου κατεύθυνσης

(Δ) το τετράγωνο της κλίσης της f

(E) την κλίση της f

11) Βρείτε το $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

(A) 0 (B) 1 (Γ) 1/2 (Δ) 1/3 (E) δεν υπάρχει



12) Το παραπάνω σχήμα δείχνει σε μορφή ισοφώτων τη ραδιοφωνική εκπομπή ενός υπολείμματος έκρηξης υπερκαινοφανούς (supernova) αστέρα. Η πιο απότομη αύξηση της ραδιοφωνικής εκπομπής συμβαίνει

- (A) Στην περιοχή ακριβώς πάνω από το γράμμα A
- (B) Στην περιοχή ακριβώς κάτω από το γράμμα B
- (Γ) Στην περιοχή ακριβώς αριστερά από το γράμμα Γ
- (Δ) Στην περιοχή ακριβώς δεξιά από το γράμμα Δ
- (E) Στην περιοχή ακριβώς πάνω από το γράμμα E

13) Η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα στην καμπύλη που δίνεται από τις εξισώσεις $\frac{x-2}{4} = -\frac{y+1}{7} = z+1$ και στην καμπύλη που δίνεται από τις εξισώσεις $-\frac{x-2}{2} = y-1 = -\frac{z-2}{3}$ είναι

- (A) $\sqrt{6}/6$ (B) $\sqrt{6}$ (Γ) $1/6$ (Δ) $11/10$ (E) $7/15$

14) Μια καμπύλη περιγράφεται από την $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(3-x)$. Το μήκος της για $0 \leq x \leq 3$ είναι

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (Γ) 2 (Δ) $1/3$ (E) $\sqrt{3}/3$

15) Η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots$ ισούται με

- (A) 0 (B) 1 (Γ) -1 (Δ) $1/2$ (E) αποκλίνει

16) Αν η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum a_n x^n$ είναι r_1 και η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum b_n x^n$ είναι r_2 , όπου $r_2 > r_1$, τότε η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς

$\sum (a_n + b_n)x^n$ είναι

- (A) r_1 (B) r_2 (Γ) $r_1 + r_2$ (Δ) $r_1 - r_2$ (E) 0

17) Δίνονται οι συνεχείς συναρτήσεις f , g και h . Η παράγωγος ως προς x της συνάρτησης

$$\int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt \text{ ισούται με}$$

(A) $f(h(x))h'(x) + f(g(x))g'(x)$

(B) $f(h(x))h'(x) - f(g(x))g'(x)$

(Γ) $f(h'(x))h(x) + f(g'(x))g(x)$

(Δ) $f(h'(x))h(x)f(g'(x))g(x)$

(E) $f(h(x)) - f(g(x))$

18) Το σημείο της επιφάνειας $z = xy - 1$ το οποίο βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων έχει συντεταγμένες

(A) (-1, -1, 0) (B) (1, 1, 0) (Γ) (1, 0, -1) (Δ) (0, 0, -1) (E) (0, 1, -1)

19) Αν το z είναι συνάρτηση των x και y έτσι ώστε $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, τότε $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ ισούται με

(A) -1 (B) 1 (Γ) 0 (Δ) 2 (E) 1/2

20) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \cos x$ είναι

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

(E) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Ιωάννινα, 28 Αυγούστου 2018