



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Π. ΚΑΝΤΗ, Θ. ΧΩΡΙΚΗΣ

1η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Εκφράστε τους παρακάτω αριθμούς σαν γινόμενα πρώτων αριθμών: α) 26, β) 100, γ) 27, δ) 71, ε) 64, στ) 87.

2. Απλοποιήστε τις εκφράσεις: α) $\frac{5^{19}4^{-2}}{5^{20}4^{-3}}$, β) $\frac{x^2y^{-1}}{z^3} \bigg/ \frac{z^2}{x^{-1}y^3}$, γ) $\frac{\sqrt{a}(a-9b)}{\sqrt{a}-3\sqrt{b}}$.

3. Λύστε ως προς y τις παρακάτω εκφράσεις: α) $2 \ln y = 1 - x^2$, β) $\ln x = 5 - 3 \ln y$, γ) $\ln(1+y) = x^2/2 + \ln 4$, δ) $\ln(4+y) = 2 \ln(x+1) + \ln A$.

4. Παραγοντοποιήστε τις ακόλουθες αλγεβρικές εκφράσεις και βρείτε τις ρίζες των αντίστοιχων αλγεβρικών εξισώσεων: α) $x^2 + 8x + 12$, β) $x^2 + 13x - 30$, γ) $4x^2 - 12x + 9$, δ) $3x^2 + 11x + 6$.

5. Ξαναγράψτε τις ακόλουθες αλγεβρικές εκφράσεις σε μορφή τέλειων τετραγώνων: α) $x^2 - 10x - 26$, β) $x^2 - 5x + 4$, γ) $7x^2 - 2x + 1$.

6. Απλοποιήστε τις παρακάτω κλασματικές εκφράσεις:

$$\alpha) \frac{4}{x} - \frac{6}{2x}, \quad \beta) \left(\frac{3}{x} + \frac{4}{y}\right)^{-1}, \quad \gamma) \frac{5x}{x^2 + 5x + 4} - \frac{3}{x + 4}, \quad \delta) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6}.$$

7. Βρείτε τις λύσεις των παρακάτω κυβικών εξισώσεων: α) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$, β) $x^3 + 2x^2 - 31x + 28 = 0$.

8. Βρείτε τις τιμές του x που ικανοποιούν τις παρακάτω ανισότητες:

$$\alpha) \frac{3x+4}{2} \leq \frac{6-x}{4}, \quad \beta) x^2 - x < 2, \quad \gamma) \frac{3}{x-4} < -x, \\ \delta) |8x-9| < 7x-6, \quad \epsilon) |2x+5| > 4, \quad \sigma\tau) |2x+1| \leq |3x-6|.$$

9. Εάν $\tan \theta > 0$ και $\cos \theta = -4/5$, βρείτε την τιμή του $\sin \theta$. Ποια είναι η τιμή του θ ;

10. Απλοποιήστε τις τριγωνομετρικές εκφράσεις: α) $(1 + \sin x)^2 - 2 \sin x (1 + \sin x)$, β) $(1 + \cos x)(1 - \cos x)$.

11. Δείξτε ότι ισχύουν οι παρακάτω τριγωνομετρικές ισότητες:

$$\alpha) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \theta, \quad \beta) \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \tan^2 x, \\ \gamma) \cot(x+y) = \frac{\cot x \cot y - 1}{\cot x + \cot y}, \quad \delta) \tan x \tan 2x + 2 = \tan 2x \cot x.$$