



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**  
**ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ**  
**ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Π. ΚΑΝΤΗ, Θ. ΧΩΡΙΚΗΣ**

---

**2η Σειρά Ασκήσεων**

1. Βρείτε τα πεδία ορισμού και τιμών των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\begin{aligned}(\alpha) f(x) &= \frac{1}{x^2}, & (\beta) f(x) &= x^3, & (\gamma) f(x) &= \sqrt{1-x^2}, \\(\delta) f(x) &= \frac{1}{\sqrt{2-x}}, & (\epsilon) f(x) &= \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}\end{aligned}$$

2. Κατατάξτε τις παρακάτω συναρτήσεις, ανάλογα με την συμμετρία τους, σε άρτιες και περιττές:

$$\begin{aligned}(\alpha) f(x) &= x^2 + 1, & (\beta) f(x) &= x + 1, & (\gamma) f(x) &= \frac{1}{x^2 - 1}, \\(\delta) f(x) &= \frac{x^2}{1 - |x|}, & (\epsilon) f(x) &= x^3 + x\end{aligned}$$

3. Βρείτε τις  $f \circ g$  και  $g \circ f$  των παρακάτω συναρτήσεων, και καθορίστε τα πεδία ορισμού τους:

$$\begin{aligned}(\alpha) f(x) &= x + 5, & g(x) &= x^2 - 3, & (\beta) f(x) &= x - 1, & g(x) &= \frac{1}{x + 1}, \\(\gamma) f(x) &= x^2 + x, & g(x) &= \sqrt{x}, & (\delta) f(x) &= \sqrt{1-x^2}, & g(x) &= \cos(2x)\end{aligned}$$

4. Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των υπερβολικών συναρτήσεων να δείξετε τις ακόλουθες ταυτοότητες:

$$\begin{aligned}(\alpha) e^x &= \cosh x + \sinh x, & (\beta) e^{-x} &= \cosh x - \sinh x, \\(\gamma) \cosh^2 x - \sinh^2 x &= 1, & (\delta) \sinh(x + y) &= \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y\end{aligned}$$

5. Βρείτε ποιές από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι “1-1” και προσδιορίστε τις αντίστοιχες αντίστροφές τους:

$$\begin{aligned}(\alpha) f(x) &= (1 + 3x)^3, & (\beta) f(x) &= 1 - x^2, & (\gamma) f(x) &= 5x + 3, \\(\delta) f(x) &= x + \frac{1}{x}, & (\epsilon) f(x) &= \frac{x + 2}{x + 1}, & (\sigma\tau) f(x) &= x^2 + 2x - 1\end{aligned}$$

6. Δείξτε ότι, για  $x > 0$ , ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned}(\alpha) \cos(\tan^{-1} x) &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, & (\beta) \sin(\tan^{-1} x) &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & (\gamma) \cot(\tan^{-1} x) &= \frac{1}{x}, \\(\delta) \sinh^{-1} x &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), & (\epsilon) \cosh^{-1} x &= \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (x \geq 1)\end{aligned}$$