

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ενδιάμεση εξέταση, 14 Νοεμβρίου 2019

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός μητρώου:

Κάθε υποερώτημα βαθμολογείται με άριστα το 1. Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

Θέμα 1

(α) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $y = \sec x$ έχει οριζόντια εφαπτομένη;

(β) Αν $y = x^3 - 2$ και $x = 3z^2 + 5$, υπολογίστε το dy/dz συναρτήσει του z .

Θέμα 2

(α) Βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\log(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$.

(β) Έστω κύκλος που ορίζεται παραμετρικά από τις εξισώσεις $x = r \cos \theta$ και $y = r \sin \theta$. Βρείτε το dy/dx συναρτήσει των x και y .

Θέμα 3

(α) Σχεδιάστε πρόχειρα τη γραφική παράσταση συνάρτησης για την οποία ισχύουν: $f(1) = -2$, $f'(1) = 0$ καθώς και $f''(x) > 0$ για όλα τα x .

(β) Οι πέντε πρώτοι όροι μιας άγνωστης ακολουθίας είναι 2, 4, 6, 8, 10. Ποιος είναι ο έκτος όρος της ακολουθίας;

Θέμα 4

(α) Εξετάστε αν η ακολουθία $a_n = n!/2^n$ είναι αύξουσα, φθίνουσα, ή τίποτα από τα δύο.

(β) Αποδείξτε ότι η σειρά $1 - \frac{2^2 + 1}{2^3 + 1} + \frac{3^2 + 1}{3^3 + 1} - \frac{4^2 + 1}{4^3 + 1} + \dots$ συγκλίνει υπό συνθήκη.

Θέμα 5

(α) Υπολογίστε το $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{5^n} \right)$.

(β) Βρείτε το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n4^n}$.