



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Π. ΚΑΝΤΗ (ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΤΤΩΝ Α.Μ.)

8η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Υπολογίστε την ακτίνα σύγκλισης R των δυναμοσειρών:

$$(\alpha) \sum \frac{(2n)! x^n}{(n!)^2}, \quad (\beta) \sum \frac{(2n)! x^n}{n^n}, \quad (\gamma) \sum \frac{2^{10n} x^n}{n!}, \quad (\delta) \sum \frac{(3n+4) x^n}{2^n}$$

2. Υπολογίστε τους 3 πρώτους μη μηδενικούς όρους στις σειρές MacLaurin των:

$$(\alpha) \sin x, \quad (\beta) \cos x, \quad (\gamma) e^x, \quad (\delta) \ln(1+x), \quad (\epsilon) \frac{1}{(1-x)}$$

3. Με χρήση των αντίστοιχων σειρών MacLaurin, επαληθεύστε ότι:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0, \quad (\gamma) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{c}{n}\right)^n = e^c$$

4. Υπολογίστε τους 4 πρώτους όρους στην σειρά Taylor της συνάρτησης $f(x) = \ln(1+x)$ γύρω από το $x = 2$, και γράψτε το υπόλοιπο $R_n(x)$ στην μορφή Lagrange.

5. Με χρήση των σειρών MacLaurin της Άσκησης 2, υπολογίστε τους 3 πρώτους μη μηδενικούς όρους στις σειρές των:

$$(\alpha) \cos^2 x, \quad (\beta) \sin(x^2), \quad (\gamma) e^x \sin x, \quad (\delta) \ln(1+2x^2), \quad (\epsilon) \frac{1}{1+x^2}$$