Κεφαλαιο 9   Φιλίππου Αλεξανδρία 6386.

$\boxed{+9a}$

$$T=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}-mc^2$$

$$=\sqrt{m^2c^4\left(1+\frac{p^2\cancel{c^2}}{m^2\cancel{c^2}}\right)}-mc^2$$

$$=mc^2\sqrt{1+\left(\frac{p}{mc}\right)^2}-mc^2$$

$$=mc^2\left(\sqrt{1+\left(\frac{p}{mc}\right)^2}-1\right)$$

αναπτυσω την παραπανω σχεση:

$$T=mc^2\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{p}{mc}\right)^2-\frac{1}{8}\left(\frac{p}{mc}\right)^4\ldots-1\right)$$

$$T\simeq\frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{c^2}\frac{p^2}{m^{\cancel{2}}\cancel{c^2}}-\frac{1}{8}\cancel{m}\cancel{c^2}\frac{p^4}{m^4c^4}$$

$$\boxed{T\simeq\frac{p^2}{2m}-\frac{p^4}{8m^3c^2}}$$

$\boxed{+9b}$

Εχουμε τον τυπο: $\langle r^k \rangle = \int_0^\infty r^{2+k} |R_{nl}(r)|^2 dr$

αρα: $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \langle r^{-1} \rangle = \int_0^\infty r \, |R_{nl}(r)|^2 dr$

- Ξεκιναμε για το $R_{10} = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$

αρα: $\int_0^\infty r \cdot R_{10}^* R_{10} \, dr = \int_0^\infty r \cdot \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0} \cdot \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0} dr$

$= \frac{2 \cdot 2}{a_0^3} \int_0^\infty r \, e^{-2r/a_0} dr = \frac{2 \cdot 2}{a_0^3} \int_0^\infty r \left(e^{-2r/a_0} \cdot -\frac{a_0}{2}\right)' dr$

$= \frac{2 \cdot 2}{a_0^3} \left[-\frac{a_0}{2} \cancel{r} e^{-2r/a_0} \Big|_0^\infty + \frac{a_0}{2} \int_0^\infty e^{-2r/a_0} dr \right]$

$= \frac{2 \cdot 2}{a_0^3} \frac{a_0}{2} \frac{(-1) a_0}{2} \left(e^{-\infty} - e^0 \right) = \frac{\cancel{2 \cdot 2}}{\cancel{a_0^3}} \frac{\cancel{a_0^2}}{\cancel{2 \cdot 2}} = \frac{1}{a_0}$

αφου $n=1$: για το R_{10}: $\int_0^\infty r \, R_{10}^* R_{10} \, dr = \frac{1}{n^2 a_0}$

- για το $R_{20} = \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0}$

αρα: $\int_0^\infty r \cdot \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0} \cdot \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0} dr$

$= \frac{2 \cdot 2}{(2a_0)^3} \int_0^\infty r \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right)^2 e^{-r/a_0} dr$

$= \frac{1}{2a_0^3} \int_0^\infty r \left(1 + \frac{r^2}{4a_0^2} - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/a_0} dr$