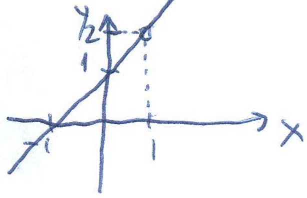
Πώς συμπεριφέρεται η $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ κοντά στο $x=1$

Για $x\neq 1$: $f(x)=\dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}=x+1 \to$



Παρ' όλο που η $f(1)$ δεν ορίζεται, φαίνεται ότι η $f(x)$ προσεγγίζει όσο εγγύτερα θέλουμε την τιμή 2 για τιμές του x αρκετά κοντά στο 1

x	$f(x)$
0.9	1.9
1.1	2.1
0.99	1.99
1.01	2.01
0.999	1.999
1.001	2.001

Λέμε λοιπόν ότι η $f(x)$ πλησιάζει αυθαίρετα κοντά στην τιμή 2 καθώς το x πλησιάζει στο 1 ή ότι "η $f(x)$ τείνει στο όριο 2 καθώς το x τείνει στο 1"

Γράφουμε $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=2$

<u>Άτυπος ορισμός ορίου</u>

$f(x)$ ορίζεται σε ανοιχτό διάστημα εκατέρωθεν του x_0, εκτός ίσως από το ίδιο το x_0

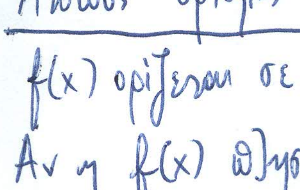
Αν η $f(x)$ πλησιάζει αυθαίρετα κοντά στην τιμή L για κάθε x που είναι αρκετά κοντά στο x_0, θα λέμε ότι η f τείνει στο όριο L καθώς το x τείνει στο x_0:

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$

Τι θα πει κοντά κλπ (αστρονομία, particle physics κλπ)

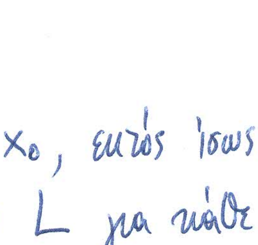
!! → $\boxed{\text{Η τιμή του ορίου δεν εξαρτάται από το πώς ορίζεται η συνάρτηση στο } x_0}$

<u>Συναρτήσεις που διαθέτουν όρια σε ∀ σημείο τους</u>



$f(x)=K$

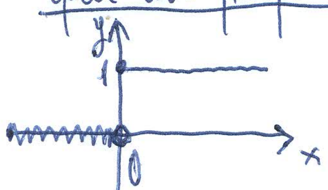
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} K = K$



$f(x)=x$

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} x = x_0$

<u>Όρια που μπορεί να μην υπάρχουν</u>



$f(x)=\begin{cases} 1, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$

Η $f(x)$ παρουσιάζει άλμα καθώς $x\to 0$

Για x που τείνει στο 0 από αριστερά $f(x)=0$

" x " " 0 " δεξιά $f(x)=1$

$\Rightarrow \nexists$ μοναδική τιμή L που να προσεγγίζεται από την $f(x)$ καθώς $x\to 0$