

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (ΟΡΙΑ, ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

1. Χρησιμοποιώντας τον ακριβή ορισμό του ορίου συνάρτησης, δείξτε ότι

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 4} (2x - 5) = 3 \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - 6x^3 + x^2 + 3}{x - 1} = -8$$

2. Υπολογίστε, αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x} \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x} \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^2} \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{(x-1)^2}$$

3. Υπολογίστε, αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-3} \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 7x}{x^3} \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x + \frac{1}{x} \right) \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x - 4}{x^2 - 3x + 3}$$

4. Υπολογίστε, αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + e^{-x}}{x} \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^4 - x^2 + x - 7) \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 5}{x^2 - 7x + 3} \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi\sqrt{3}}{x^2}$$

5. Υπολογίστε, αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\cos x - 1} \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x} \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

6. Έστω $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x - 10$. Δείξτε ότι $f(x) = 0$ για κάποιον πραγματικό αριθμό x τέτοιο ώστε $1 \leq x \leq 2$.

7. Μελετήστε τη συνέχεια των παρακάτω συναρτήσεων:

$$(\alpha) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2}, & x \neq -2 \\ 0, & x = -2 \end{cases} \quad (\beta) f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 2 \\ 2x-1, & 1 < x < 2 \\ x-1, & x \leq 1 \end{cases}$$

8. Βρείτε, αν υπάρχουν, τις ασυνέχειες της $f(x) = \frac{3x+3}{x^2-3x-4}$ και γράψτε την εξίσωση για καθεμιά από τις κατακόρυφες και οριζόντιες ασύμπτωτες του γραφήματος της f .