Υπάρχουν συναρτήσεις που γράφονται υπό μορφή πολυωνύμων με άπειρους όρους, π.χ.

$$\frac{1}{1-x} = 1+x+x^2+x^3+\dots+x^n+\dots, \quad |x|<1$$

Για τυχόν $|x|<1$ ένα τέτοιο πολυώνυμο υπολογίζεται ως ένα άπειρο άθροισμα σταθερών όρων το οποίο καλούμε άπειρη σειρά ή σειρά.

Άπειρη σειρά: ΔΕΝ είναι ~~μια~~ απλή πρόσθεση

Η πρόσθεση αριθμών $\in \mathbb{R}$ είναι μια δυαδική πράξη, δηλ. κάθε φορά προσθέτω αριθμούς ανά 2.

Μπορούμε και γράφουμε $1+2+3$ γιατί μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τους αριθμούς, σύμφωνα με την προσεταιριστική ιδιότητα και μετά να τους προσθέσω ανά δύο.

<u>Δηλ.</u>: ένα πεπερασμένο άθροισμα πραγματικών αριθμών δίνει πάντα πραγματικό αριθμό, (ως αποτέλεσμα πεπερασμένου πλήθους δυαδικών προσθέσεων.

<u>Όμως</u> ένα ∞ άθροισμα πραγματικών αριθμών είναι κάτι διαφορετικό.

<u>Π.χ.</u> Ας δώσουμε νόημα στην έκφραση $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\dots$

Προφανώς δεν μπορώ να προσθέσω όλους τους όρους (είναι αδύνατο).

<u>Μπορώ</u> όμως να προσθέτω ένα-ένα τους όρους απ' την αρχή, ερευνώντας για κάποια χαρακτηριστική συμπεριφορά και εξετάζοντας πώς αυτά τα "μερικά αθροίσματα" εξελίσσονται.

	Μερικό άθροισμα	Τιμή
Πρώτο:	$s_1 = 1$	$2-1$
Δεύτερο:	$s_2 = 1+\frac{1}{2}$	$2-\frac{1}{2}$
Τρίτο:	$s_3 = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$2-\frac{1}{4}$
$\vdots$		
n-οστό:	$s_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}$	$2-\frac{1}{2^{n-1}}$

$\exists$ εδώ χαρακτηριστική συμπεριφορά:
Βλέπω ότι τα μερικά αθροίσματα σχηματίζουν μια ακολουθία με n-οστό όρο:

$$s_n = 2-\frac{1}{2^{n-1}}$$

Η ακολουθία $\to 2$ γιατί $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0$

Λέμε λοιπόν "το άθροισμα της ∞ σειράς $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}+\dots$ είναι 2.