Γεωμετρική σειρά: $a+ar+ar^2+\dots+ar^{n-1}+\dots=\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ $\begin{cases} \frac{a}{1-r}, & \text{αν } |r|<1 \\ \text{αποκλ.}, & \text{'' } |r|\geq 1 \end{cases}$

Σειρές της μορφής $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ καλούνται δυναμοσειρές.

→ Η έκφραση $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ μοιάζει με πολυώνυμο γιατί αποτελείται από άθροισμα δυνάμεων του x με κάποιους συντελεστές.

→ Όμως διαφέρει από τα συνήθη πολυώνυμα γιατί αυτά είναι πεπερασμένου βαθμού και δεν αποκλίνουν για κάποιες τιμές του x (η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ δεν σημαίνει ότι θα συγκλίνει πάντα).

—·—

Ορισμός

Κάθε έκφραση $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = c_0+c_1x_1+c_2x^2+\dots+c_nx^n+\dots$ λέγεται δυναμοσειρά με κέντρο $x=0$.

'' '' $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n = c_0+c_1(x-a)+c_2(x-a)^2+\dots+c_n(x-a)^n+\dots$ λέγεται δυναμοσειρά με κέντρο $x=a$.

Η ποσότητα $c_n(x-a)^n$ είναι ο n-οστός όρος της δυναμοσειράς. Ο αριθμός a το κέντρο της

—·—

Παράδειγμα 1

Γεωμετρική σειρά: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1+x+x^2+\dots+x^n+\dots$ είναι δυναμοσειρά με κέντρο $x=0$.

Συγκλίνει στην τιμή $\frac{1}{1-x}$ στο διάστημα $-1<x<1$ το οποίο έχει κέντρο το $x=0$

—·—

Παράδειγμα 2

Η δυναμ. $1-\frac{1}{2}(x-2)+\frac{1}{4}(x-2)^2+\dots+\left(-\frac{1}{2}\right)^n(x-2)^n+\dots$ έχει κέντρο το $a=2$ και συντελεστές $c_0=1$, $c_1=-1/2$, $c_2=1/4$, ..., $c_n=(-1/2)^n$. Η σειρά αυτή είναι γεωμετρική με αρχικό όρο 1 και λόγο $r=-\frac{x-2}{2}$ (δηλ. είναι $\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^n(x-2)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{x-2}{2}\right)^n$). Η σειρά συγκλίνει για $\left|\frac{x-2}{2}\right|<1$ δηλ. για $0<x<4$

Το άθροισμά της είναι $\frac{1}{1-r}=\frac{1}{1+\frac{x-2}{2}}=\frac{2}{x}$.