

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Φεβρουαρίου 2021

- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας σε λευκή σελίδα, κάτω από τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό μητρώου). Παράξτε με τον πιο βολικό για σας τρόπο (π.χ. με scanner ή μέσω κινητού τηλεφώνου) αρχείο PDF της σελίδας αυτής και στη συνέχεια στείλτε μου την με email στο anindos@uoi.gr
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.

1) Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής για την ακολουθία $a_n = \frac{3^n}{1+3^n}$;
(A) Η ακολουθία είναι φθίνουσα (B) Η ακολουθία είναι αύξουσα (Γ) Η ακολουθία δεν είναι ούτε αύξουσα ούτε φθίνουσα (Δ) Η ακολουθία παίρνει μόνο αρνητικές τιμές (E) Οι τιμές της ακολουθίας έχουν περιοδικότητα

2) Έστω ακολουθία με γενικό όρο $a_n = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n}$ όπου $b_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$. Ποιο είναι το όριο της a_n ;
(A) 0 (B) 1/2 (Γ) 1 (Δ) -1 (E) Αποκλίνει

3) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής για όλους τους πραγματικούς αριθμούς και επιπροσθέτως ισχύει ότι $f(x) = f(2x)$ για κάθε πραγματικό αριθμό, τότε η f είναι
(A) Άρτια συνάρτηση (B) Περιττή συνάρτηση (Γ) Περιοδική συνάρτηση (Δ) Τριγωνομετρική συνάρτηση (E) Σταθερή συνάρτηση

4) Δίνεται πολυώνυμο $P(x)$ περιττού βαθμού με πραγματικούς συντελεστές. Η εξίσωση $P(x) = 0$ έχει
(A) Καμία πραγματική ρίζα (B) Ακριβώς μία πραγματική ρίζα (Γ) Τουλάχιστον μία πραγματική ρίζα (Δ) Ακριβώς δύο πραγματικές ρίζες (E) Τουλάχιστον δύο πραγματικές ρίζες

5) Το άπειρο γινόμενο $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$ ισούται με
(A) ∞ (B) $\pi/2$ (Γ) 2 (Δ) $2/\pi$ (E) $\sqrt{2}$

6) Βρείτε το μέγιστο όγκο που μπορεί να έχει κώνος εγγεγραμμένος σε σφαίρα ακτίνας R .
(A) $\frac{32\pi R^3}{81}$ (B) $\frac{4\pi R^3}{3}$ (Γ) $\frac{\pi R^3}{3}$ (Δ) $\frac{15\pi R^3}{27}$ (E) $\frac{21\pi R^3}{38}$

7) Με τι ισούται η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης που δίνεται από τον τύπο $y^3 - x^2 = 4$;
(A) $\frac{2x}{3y^2}$ (B) $\frac{8y^2 - 6x^3}{5y^3}$ (Γ) $\frac{6x^2 - 8y^3}{4y^3}$ (Δ) $\frac{6y^3 - 8x^2}{9y^5}$ (E) $\frac{6xy^3 - 8x^2y}{6y^5}$

8) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτόμενης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης που δίνεται από τον τύπο $x^4 + x^2y^2 - y^2 = 0$ στο σημείο με συντεταγμένες $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

(A) $y = \sqrt{2}x - 1$ (B) $y = 3x + \sqrt{2}$ (Γ) $y = 3x - \sqrt{2}$ (Δ) $y = 2x - \sqrt{2}$ (E) $y = 2x + \sqrt{2}$

9) Να υπολογίσετε το $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

(A) $\pi/4$ (B) $\pi/2$ (Γ) $3\pi/4$ (Δ) π (E) 2π

10) Με τι ισούται το $\int_0^{\infty} e^{-x} x^n dx$;

(A) e (B) e/n (Γ) ne (Δ) n (E) $n!$

11) Με τι ισούται το άθροισμα της σειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$;

(A) $1/4$ (B) $1/3$ (Γ) $1/2$ (Δ) $4/5$ (E) $5/6$

12) Σε ποια σημεία είναι ασυνεχής η $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$;

(A) $x = 0$ (B) $x = 1$ (Γ) $x = 2$ (Δ) $x = -1$ (E) Είναι παντού συνεχής

13) Υπολογίστε την παράγωγο dy/dx όπου $y = \int_1^{x^2} \tan^{-1} s ds$

(A) $\tan^{-1} x^2$ (B) $\tan^{-1} s^2$ (Γ) $x^2 \tan^{-1} x^2$ (Δ) $2s \tan^{-1} s^2$ (E) $2x \tan^{-1} x^2$

14) Ποιο είναι το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$;

(A) $(-1, 1)$ (B) $[-1, 1)$ (Γ) $(-1, 1]$ (Δ) $[-1, 1]$ (E) ∞

15) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \sin x$ είναι

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

(E) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

16) Βρείτε το μήκος της καμπύλης που περιγράφεται από την $y = \frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2}$ όταν $0 \leq x \leq 3$

(A) 3 (B) 6 (Γ) 18 (Δ) 21 (E) 45

17) Η συνάρτηση $y = 5x^3 + 2x^2 - 3x$ παρουσιάζει σημείο καμπής στο

(A) $-1/15$ (B) $-2/15$ (Γ) $-4/15$ (Δ) $-6/15$ (E) Δεν έχει

18) Για τη συνάρτηση $y = \cos x$, βρείτε την ελάχιστη τιμή του n έτσι ώστε η n -τάξης παράγωγος της συνάρτησης, $y^{(n)}$, να ισούται με την ίδια τη συνάρτηση, δηλ. με $\cos x$.

(A) 7 (B) 6 (Γ) 5 (Δ) 4 (E) 3

19) Έστω $f(x) = \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_k x^k + \dots + b_1 x + b_0}$ όπου όλα τα a_n και b_k είναι σταθεροί, θετικοί συνετελεστές με $n > k$. Το $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ισούται με
(Α) a_n (Β) b_k (Γ) a_n/b_k (Δ) a_0/b_0 (Ε) ∞

20) Η παράγωγος $\frac{d|x|}{dx}$ (με $x \neq 0$) ισούται με
(Α) $|x|/x$ (Β) $-|x|/x$ (Γ) 1 (Δ) -1 (Ε) Δεν ορίζεται