



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Π. ΚΑΝΤΗ (ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΤΤΩΝ ΑΜ)

3η Σειρά Ασκήσεων

1. Χρησιμοποιώντας τον (ϵ, δ) ορισμό του ορίου συνάρτησης να δείξετε ότι:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow -1} (2 - 3x) = 5, \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1} = 2$$

2. Να υπολογίσετε, εάν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x + 4}{x^2 + 1}, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}, \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x + \frac{1}{x}\right), \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x + 1}$$

3. Να υπολογίσετε, εάν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1/x - 1/2}{x - 2}, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{(2x^2 + 7x + 5)^2},$$
$$(\gamma) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}, \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 3x - 4)^2}{x - 4}$$

4. Να υπολογίσετε, εάν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x}, \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}, \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{2 - 2 \cos x}$$

5. Να υπολογίσετε, εάν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi\sqrt{3}}{x^2}, \quad (\beta) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}, \quad (\gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2}, \quad (\delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + e^{-x}}{x}$$

6. Δείξτε ότι η εξίσωση $x^3 - 15x + 1 = 0$ έχει όλες τις ρίζες της στο διάστημα $[-4, 4]$.

7. Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων και χαρακτηρίστε τις τυχόν ασυνέχειες:

$$(\alpha) f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 1 \\ 0, & x = 1 \\ 1/x^2, & x > 1 \end{cases}, \quad (\beta) g(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ x^3, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases},$$
$$(\gamma) H_c(x) = \begin{cases} 0, & x < c \\ 1, & x \geq c \end{cases}$$