ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Π. ΚΑΝΤΗ, Θ. ΧΩΡΙΚΗΣ

7η Σειρά Ασκήσεων

1. Με τη χρήση μερικών αθροισμάτων, να δείξετε ότι οι παρακάτω σειρές συγκλίνουν:

$$(\alpha)\ \sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1}, \quad (\beta)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}, \quad (\delta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)}$$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω γεωμετρικές σειρές και όπου χρειάζεται να βρείτε τις επιτρεπόμενες τιμές του x για τις οποίες η σειρά συγκλίνει:

$$(\alpha)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{10^n}, \quad (\beta)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1-2^n}{3^n}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{(-1)^n}{5^n}\right), \quad (\delta)\ \sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n, \quad (\varepsilon)\ \sum_{n=0}^{\infty} 3\frac{(x-1)^n}{2^n}$$

3. Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές και υπολογίστε αυτές που συγκλίνουν:

$$(\alpha)\ \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)^{1/n}, \quad (\beta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^n, \quad (\delta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

4. Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές:

$$(\alpha)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^4+2}, \quad (\beta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n\ln n}{n^2+5}, \quad (\delta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n-1}$$

5. Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές:

$$(\alpha)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \quad (\beta)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\ln n)^n}{n^n}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2}, \quad (\delta)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}, \quad (\varepsilon)\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

6. Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές:

$$(\alpha)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}\frac{n}{n^2+1}, \quad (\beta)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\frac{\sin(\pi/n)}{n}, \quad (\gamma)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\frac{n^2}{5^n}, \quad (\delta)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\ln(n+1)}$$