



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ, ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Π. ΚΑΝΤΗ (ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΤΤΩΝ Α.Μ.)

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x) = (x+1)/x^2$ και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
(1.5 μονάδες)

2. Να βρεθεί το όριο της αναδρομικής ακολουθίας: $\alpha_{n+1} = 1 + \sqrt{3\alpha_n - 3}$ με $\alpha_1 = 4/3$, εφόσον αυτό υπάρχει.
(1.5 μονάδες)

3. (α) Να εξεταστεί εάν συγκλίνουν οι σειρές:

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^4 + n + 6}}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\pi n!} \quad (1 \text{ μονάδα})$$

(β) Να γραφεί η $f(x) = x^2 e^{2x}$ σε σειρά Mc-Laurin και να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισής της.
(1 μονάδα)

4. (α) Να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού που δημιουργείται από την περιστροφή, γύρω από τον άξονα x , του χωρίου που σχηματίζεται από τις καμπύλες $y = x^2 + 1$ και $y = x + 1$.
(1 μονάδα)

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $\int_0^1 x^2 \tan^{-1} x \, dx$.
(1 μονάδα)

(γ) Να εξεταστεί, χωρίς να υπολογιστεί, εάν συγκλίνει το ολοκλήρωμα: $\int_0^{\infty} (1 + x^5)^{-1/6} \, dx$.
(0.5 μονάδες)

5. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^2 + 8y^2 - 8x - 16y + 10$ στην περιοχή $D = \{(x, y) : x^2/16 + y^2/4 \leq 1\}$.
(2.5 μονάδες)

Δεν επιτρέπεται η χρήση αριθμομηχανών.

Καλή επιτυχία!