



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Π. ΚΑΝΤΗΣ, Θ. ΧΩΡΙΚΗΣ

10η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\begin{aligned}(\alpha) \int_1^2 \frac{6x^2 + 2}{x^3 + x + 1} dx, & \quad (\beta) \int \cot(3\pi u) du, & \quad (\gamma) \int_0^2 \frac{\log_2(x+2)}{x+2} dx, \\(\delta) \int \frac{dx}{x(\log_8 x)^2}, & \quad (\epsilon) \int (e^{3x} + 5e^{-x}) dx, & \quad (\sigma\tau) \int_0^{\sqrt{2\ln 3}} x e^{-x^2/2} dx, \\(\zeta) \int_0^{\pi/4} (1 + e^{\tan \theta}) \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}, & \quad (\eta) \int_1^e x^{\ln 2 - 1} dx, & \quad (\theta) \int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 2}\end{aligned}$$

2. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\begin{aligned}(\alpha) \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}, & \quad (\beta) \int \frac{\sinh \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, & \quad (\gamma) \int_0^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4 + x^2}}, \\(\delta) \int_{-1}^3 \frac{4x^2 - 7}{2x + 3} dx, & \quad (\epsilon) \int \frac{4x^3 - x^2 + 16x}{x^2 + 4} dx, & \quad (\sigma\tau) \int \frac{x^2 + 5x + 2}{(x+1)(x^2+1)} dx, \\(\zeta) \int \frac{x+3}{x^2 - 3x + 2} dx, & \quad (\eta) \int x \sin 2x dx, & \quad (\theta) \int_1^2 x^3 \ln x dx\end{aligned}$$

3. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\begin{aligned}(\alpha) \int_0^1 \ln(1+x^2) dx, & \quad (\beta) \int \tan^{-1} x dx, & \quad (\gamma) \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx, \\(\delta) \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx, & \quad (\epsilon) \int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2 + 9}}, & \quad (\sigma\tau) \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^n}, \\(\eta) \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sqrt{1 + \tan^2 y} dy, & \quad (\eta) \int \cos^4 x dx, & \quad (\theta) \int \sin^5 x dx, \\(\iota) \int \sin 5x \sin 3x dx\end{aligned}$$

4. Να εξετάσετε εάν συγκλίνουν τα παρακάτω γενικευμένα ολοκληρώματα χωρίς να επιχειρήσετε να τα υπολογίσετε:

$$(\alpha) \int_2^\infty \frac{5}{1+x^{3/2}} dx, \quad (\beta) \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{x^2+x^3}} dx, \quad (\gamma) \int_{10}^\infty \frac{4+x}{3+5x^2} dx$$

5. Να υπολογιστούν τα παρακάτω γενικευμένα ολοκληρώματα:

$$(\alpha) \int_2^\infty \frac{5}{x^{3/2}} dx, \quad (\beta) \int_0^\infty e^{-x/3} dx, \quad (\gamma) \int_1^\infty \frac{\log x}{x^3} dx, \quad (\delta) \int_2^\infty \frac{2}{x^2-1} dx$$