

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Εξεταστική περίοδος Ιουνίου 2014 (τμήμα αρτίων)

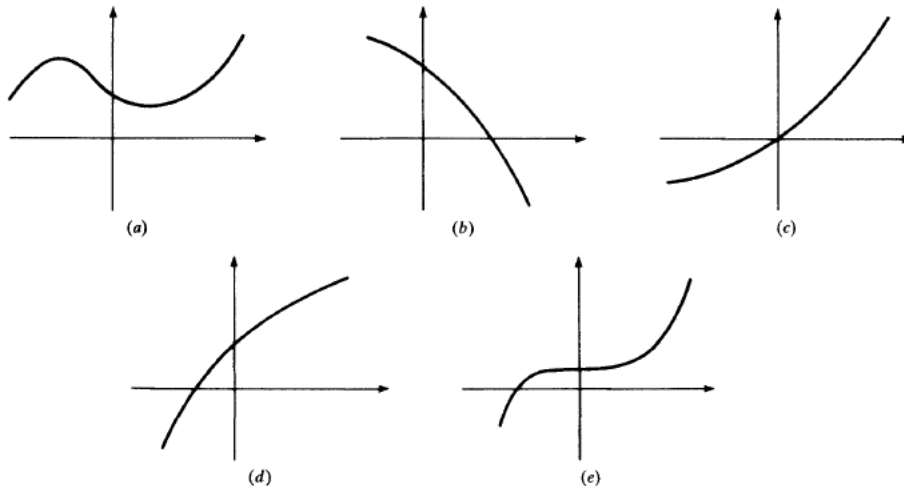
- Σε κάθε ερώτηση επιλέξτε την απάντηση που νομίζετε ότι είναι σωστή.
- Γράψτε τις απαντήσεις σας στη μπροστινή κόλα, κάτω από τα στοιχεία σας. Οι υπόλοιπες κόλες που σας δόθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως πρόχειρο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 0.5. Κάθε λάθος απάντηση βαθμολογείται με -0.1.
- Απαγορεύεται η χρήση ηλεκτρονικών συσκευών.

1) Η παράγωγος ως προς x της συνάρτησης $F(x) = \sqrt[3]{(1+x^2)^4}$ είναι:

(A) $\frac{8}{3}\sqrt[3]{(1+x^2)}$ (B) $\frac{8}{3}x\sqrt[3]{(1+x^2)}$ (Γ) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{(1+x^2)}$ (Δ) $\frac{1}{3}x\sqrt[3]{(1+x^2)}$ (E) $\frac{4}{3}x\sqrt[3]{(1+x^2)}$

2) Σώμα κινείται στο επίπεδο (x, y) σύμφωνα με τις εξισώσεις $x = t^2 + 2t$, $y = 2t^3 - 6t$. Η κλίση της εφαπτομένης στην τροχιά του όταν $t = 0$ είναι:

(A) -3 (B) 1 (Γ) 0 (Δ) 3 (E) -1

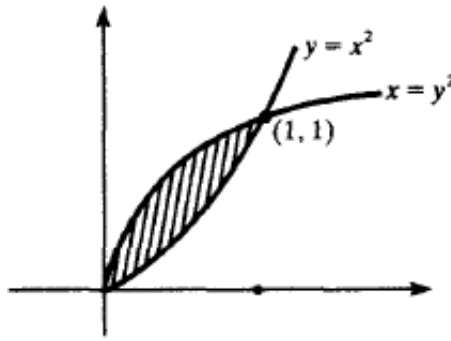


3) Έστω συνάρτηση f και έστω f' , f'' η πρώτη και δεύτερη παράγωγός της, αντίστοιχα. Αν για όλα τα x ισχύει $f'(x) > 0$ και $f''(x) < 0$, ποια από τις παραπάνω καμπύλες αντιπροσωπεύει το γράφημα της f ;

(A) Η (a) (B) Η (b) (Γ) Η (c) (Δ) Η (d) (E) Η (e)

4) Η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ ισούται με

(A) 0 (B) 2 (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) ∞ (E) $-\infty$



5) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου του παραπάνω σχήματος είναι:

- (A) 1 (B) 2 (Γ) 3 (Δ) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

6) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ είναι

- (A) $[-1, 1]$ (B) $(-1, 1)$ (Γ) $[-1, 1)$ (Δ) $(1, -1]$ (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

7) Ποιο είναι το όριο της ακολουθίας $a_n = \sin(n\pi/4)$;

- (A) 0 (B) 1 (Γ) -1 (Δ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) Η ακολουθία αποκλίνει

8) Τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ είναι

- (A) $x = 0, x = 2$ (B) $x = 1$ (Γ) $x = 0, x = 1, x = 2$ (Δ) $x = 0$ (E) $x = 2$

9) Το ολοκλήρωμα $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ ισούται με

- (A) -1 (B) 0 (Γ) 1 (Δ) e (E) e^{-1}

10) Η παράγωγος κατεύθυνσης της συνάρτησης $f(x, y) = x - \sin xy$ στο σημείο $P(1, \frac{\pi}{2})$

στην κατεύθυνση του διανύσματος $\frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$ είναι

- (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) $\frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$ (E) $\sqrt{3}$

11) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x, y) = e^x \ln(xy)$ είναι

- (A) Το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο (χωρίς τους άξονες)
 (B) Το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο (μαζί με τους άξονες)
 (Γ) Το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο (χωρίς τους άξονες)
 (Δ) Το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο (μαζί με τους άξονες)
 (E) Όλο το επίπεδο

12) Αν $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, τότε η $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ ισούται με

- (A) -1 (B) 0 (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) $-\frac{1}{2}$ (E) 1

13) Σε ποιο σημείο έχει η συνάρτηση $f(x, y) = 2x + 4y - x^2 - y^2 - 3$ τοπικό μέγιστο;

- (A) μόνο στο $(0, 0)$ (B) μόνο στο $(1, 2)$ (Γ) στο $(1, 2)$ και στο $(-2, 2)$ (Δ) στο $(0, 2)$ και στο $(-2, -2)$ (E) μόνο στο $(-2, -2)$

14) Μια καμπύλη περιγράφεται από την $y = \frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2}$. Το μήκος της για $0 \leq x \leq 3$ είναι

- (A) 3 (B) 6 (Γ) 9 (Δ) 18 (E) 21

15) Το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^3 (3x^2 - 2x + 1)dx$ ισούται με

- (A) -6 (B) -3 (Γ) 3 (Δ) 21 (E) 24

16) Το διάστημα στο οποίο είναι αύξουσα η συνάρτηση $f(x) = 3x + 1$ είναι

- (A) (-1, 1) (B) [-1, 1] (Γ) $(-\infty, 0]$ (Δ) $(-\infty, \infty)$ (E) $(0, \infty)$

17) Δίνεται η συνάρτηση $F(x) = \int_2^x \sqrt{5+7t^2} dt$. Η παράγωγος $F'(x)$ ισούται με

- (A) $\sqrt{5+7x^2}$ (B) $\sqrt{5+7t^2}$ (Γ) $14x\sqrt{5+7x^2}$ (Δ) $14t\sqrt{5+7t^2}$ (E) 2

18) Το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ είναι

- (A) [-1, 1] (B) (-1, 1] (Γ) (-1, 1) (Δ) [-1, 1) (E) Η δυναμοσειρά αποκλίνει

19) Η καμπύλη της συνάρτησης $y = \frac{4x-5}{3x+2}$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες

- (A) μόνο την $y = \frac{4}{3}$ (B) μόνο την $x = -\frac{2}{3}$ (Γ) την $x = \frac{4}{3}$ και την $y = -\frac{2}{3}$ (Δ) την $x = -\frac{2}{3}$ και την $y = \frac{4}{3}$ (E) μόνο την $x = \frac{5}{4}$

20) Η σειρά MacLaurin της $f(x) = \sin x$ είναι

- (A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ (Γ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ (Δ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

- (E) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Ιωάννινα, Ιούνιος 2014