



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ, ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Π. ΚΑΝΤΗ (ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΤΤΩΝ)

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2014

1. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^3 + 3/x$. Εξετάστε εάν η $f(x)$ είναι άρτια ή περιττή συνάρτηση και, στη συνέχεια, μελετήστε την (κρίσιμα σημεία, ακρότατα, μονοτονία, σημεία καμπής και ασυμπτωτική συμπεριφορά) και σχεδιάστε την γραφική της παράσταση.

(1.5 μονάδες)

2. Δείξτε ότι η αναδρομική ακολουθία με $\alpha_n = \sqrt{2\alpha_{n-1} + 8}$ και $\alpha_1 = 1/2$ είναι μονότονη και φραγμένη και υπολογίστε το όριό της.

(1.5 μονάδες)

3. (α) Να εξετάσετε εάν η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3 + n}}$: (i) συγκλίνει, και (ii) συγκλίνει απόλυτα.

(1 μονάδα)

(β) Να βρείτε τη σειρά McLaurin της $f(x) = x^2 e^{-x}$. Στη συνέχεια, εκφράστε την ως δυναμοσειρά και υπολογίστε την ακτίνα σύγκλισής της.

(1.5 μονάδες)

4. (α) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^2$ και $x = y^2$.

(0.75 μονάδες)

(β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int \frac{3+x}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$.

(1.5 μονάδες)

(γ) Να υπολογίσετε το γενικευμένο ολοκλήρωμα: $\int_3^{\infty} \frac{3+x}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$.

(0.75 μονάδες)

5. Βρείτε και χαρακτηρίστε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης $g(x, y) = -x^3 + y^2 + 2xy + x + 7$.

(1.5 μονάδες)

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες. Δεν επιτρέπεται η χρήση αριθμομηχανών.

Καλή επιτυχία!