6+

Κβαντική Ι

Τεστ 1

15/10/14

Όνομα: Πασπαλιάρης Ευάγγελος - Δημήτριος

ΑΜ: 6775

1. Δείξτε ότι για το μέτρο μιας κβαντικής κατάστασης ισχύει $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$ και ότι $\langle\varphi|\psi\rangle=(\langle\psi|\varphi\rangle)^*$. (+++)
2. Δίνεται κβαντική κατάσταση $|\psi\rangle = \alpha\,|q_1\rangle + \beta\,|q_2\rangle + \gamma\,|q_3\rangle$ όπου $|q_i\rangle$ είναι πλήρης βάση καταστάσεων με καθορισμένες τιμές παρατηρήσιμου μεγέθους Q . Κάνουμε μια μέτρηση του μεγέθους Q. Βρείτε τα πιθανά αποτελέσματα μέτρησης του Q. Βρείτε την πιθανότητα να πάρουμε αποτέλεσμα μέτρησης διαφορετικό από την τιμή q_2. (+++)

1. Έστω $|\varphi\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle \Rightarrow \langle\varphi| = \sum_i \alpha_i^* \langle i|$

και $|\psi\rangle = \sum_j b_j |j\rangle \Rightarrow \langle\psi| = \sum_j b_j^* \langle j|$

Άρα $\langle\varphi|\psi\rangle = \sum_i \alpha_i^* \langle i| \sum_j b_j |j\rangle = \sum_i\sum_j \alpha_i^* b_j \langle i|j\rangle$

$= \sum_i\sum_j \alpha_i^* b_j \delta_{ji}$, όμως $\delta_{ji} = \begin{cases} 0, & i\neq j \\ 1, & i=j \end{cases}$

και για $i=j$, $\langle\varphi|\psi\rangle = \sum_i \alpha_i^* b_i$

3+

Επίσης $\langle\psi|\varphi\rangle = \sum_j b_j^* \langle j| \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_j\sum_i b_j^* \alpha_i \langle j|i\rangle$

$= \sum_j\sum_i b_j^* \alpha_i \delta_{ij} = \sum_i b_i^* \alpha_i$

Έτσι $(\langle\psi|\varphi\rangle)^* = \left(\sum_i b_i^* \alpha_i\right)^* = \sum_i b_i \alpha_i^* = \langle\varphi|\psi\rangle$

2. $|\psi\rangle = \alpha|q_1\rangle + \beta|q_2\rangle + \gamma|q_3\rangle$

i) Πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης του Q είναι : q_1
q_2
q_3

ii) Αν θεωρήσουμε ότι τα α, β, γ είναι τα πλάτη της πιθανότητας να μετρηθούν τα q_1, q_2 και q_3 αντίστοιχα, τότε η πιθανότητα να μετρηθούν και τα τρία μαζί είναι $P_{o\lambda} = P_\alpha + P_\beta + P_\gamma$

$= |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1$ *

Άρα η πιθανότητα να μην μετρηθεί η τιμή q_2 είναι $P' = P_{o\lambda} - P_2 = |\alpha|^2 + \cancel{|\beta|^2} + |\gamma|^2 - \cancel{|\beta|^2} = |\alpha|^2 + |\gamma|^2$.

ή $P' = 1 - |\beta|^2$

* γιατί η κατάσταση είναι κανονικοποιημένη.