



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

TAX. ΘΥΡΙΑΔΑ 1186

451 10 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

Λ. Περιβολαρόπουλος

Tel: ++30 2651008632

Fax: ++30 2651008698

Email: leandros@uoi.gr

Κβαντικής Θεωρία I

Πρόοδος Ιανουαρίου 2015 (9/1/2015)

1. Την στιγμή $t=0$ η κυματοσυνάρτηση σωματίου είναι της μορφής
$$\psi(x) = (u_1(x) + u_2(x))/\sqrt{2}$$
 όπου u_1, u_2 ιδιοσυναρτήσεις της Hamiltonian με ιδιοτιμές E_1, E_2 .

a. Βρείτε την πυκνότητα πιθανότητας του σωματίου την $t>0$ αν

$$u_1^* u_2 = |u_1 u_2| \exp(i\phi) \text{ όπου η φάση είναι συνάρτηση της θέσης.}$$

(1.5 μονάδες)

b. Για δεδομένη θέση x στον χώρο βρείτε (συναρτήσει της παραπάνω φάσης) σε ποιες χρονικές στιγμές μεγιστοποιείται η πιθανότητα εύρεσης του σωματίου. **(0.5 μονάδα)**

2. a. Θεωρήστε την μονοδιάστατη χρονικά ανεξάρτητη εξίσωση του Schrodinger για δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή $V = m\omega^2 x^2/2$. Δίνεται ότι η θεμελιώδης κατάσταση είναι της μορφής $\psi \propto \exp(-\alpha x^2)$. Με αντικατάσταση στην εξίσωση Schrodinger χωρίς την χρήση τελεστών δημιουργίας και καταστροφής βρείτε την σταθερά α και την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης. Υπόδειξη: Εξισώστε με το μηδέν τον όρο που είναι ανάλογος με το x^2 καθώς και τον σταθερό όρο. **(1.5 μονάδες)**

b. Χρησιμοποιήστε την αρχή της αβεβαιότητας $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ για να κάνετε μια εκτίμηση της ελάχιστης ενέργειας του κβαντικού αρμονικού ταλαντωτή **(1.5 μονάδες)**

3. a. Εξηγήστε ποιοτικά τι είναι ο συντονισμός σκέδασης και τι είναι το φαινόμενο σήραγγας κατά την σκέδαση σε φράγμα δυναμικού. **(1 μονάδα)**

b. Βρείτε όλες τις ενέργειες των δέσμιων καταστάσεων σε δυναμικό της μορφής $-V\delta(x)$ **(2 μονάδες)**

4. a. Δείξτε ότι ο τελεστής της ορμής είναι Ερμητιανός και ότι κάθε Ερμητιανός τελεστής έχει πραγματικές ιδιοτιμές. **(1 μονάδα)**

b. Σωματίο βρίσκεται σε δυναμικό απείρου βάθους (μεταξύ 0 και a) και η κυματοσυνάρτηση του είναι σε δεδομένη χρονική στιγμή $\psi(x) = A$ για $x < a/2$ και $\psi(x) = 0$ για $x > a/2$. Την στιγμή εκείνη μετρούμε την ενέργεια. Ποια είναι η πιθανότητα να μετρηθεί ενέργεια ίση με την ενέργεια θεμελιώδους κατάστασης; Δίνεται: $u_n(x) = (2/a)^{1/2} \sin(n\pi x/a)$, $n = 1, 2, \dots$ **(1 μονάδα)**