ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Εφαρμοσμένη Στατιστική

Έλεγχοι υποθέσεων

Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής
Κωνσταντίνος Μπλέκας

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

(Γ) Έλεγχος υποθέσεων για το ποσοστό (ρ)

Έστω τ.δ. X={x_1, x_2, …, x_n) αποτελούμενο από n παρατηρήσεις με δυαδικές τιμές $x_i \in \{0,1\}$ όπου υποθέτουμε Bernoulli κατανομή με μέση τιμή ρ και διακύμανση ρ(1-ρ). Επομένως, ο δειγματικός μέσος (με βάση το ΚΟΘ) είναι μία κανονική τ.μ. με χαρακτηριστικά $\bar{X} \sim N\left(\rho, \frac{\rho(1-\rho)}{n}\right)$

Βασιζόμαστε στα προηγούμενα αποτελέσματα με παρόμοιο τρόπο βρίσκουμε για τις 3 πιθανές εναλλακτικές υποθέσεις:

(β1) $H_1 = \rho > \rho_0$	**(β2) $H_1 = \rho < \rho_0$**	**(β3) $H_1 = \rho \neq \rho_0$**
$\bar{X} \geq \rho_0 + \frac{\sqrt{\rho_0(1-\rho_0)}}{\sqrt{n}} z_a$	$\bar{X} \leq \rho_0 - \frac{\sqrt{\rho_0(1-\rho_0)}}{\sqrt{n}} z_a$	$\bar{X} \geq \rho_0 + \frac{\sqrt{\rho_0(1-\rho_0)}}{\sqrt{n}} z_{a/2}$ $\bar{X} \leq \rho_0 - \frac{\sqrt{\rho_0(1-\rho_0)}}{\sqrt{n}} z_{a/2}$

(Δ) Έλεγχος υποθέσεων για τη διασπορά (σ^2)

Χρησιμοποιούμε την γνωστή στατιστική συνάρτηση $Y = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ όπου $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$, για την οποία γνωρίζουμε ότι ακολουθεί την χι-τετράγωνο, δηλ. $Y \sim X^2_{n-1}$ (n-1 βαθμούς ελευθερίας). Ετσι, δουλεύοντας με παρόμοιο τρόπο βρίσκουμε για τις 3 πιθανές εναλλακτικές υποθέσεις:

(β1) $H_1 = \sigma^2 > \sigma^2_0$	**(β2) $H_1 = \sigma^2 < \sigma^2_0$**	**(β3) $H_1 = \sigma^2 \neq \sigma^2_0$**
$S^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1} x^2_{n-1}(a)$	$S^2 \leq \frac{\sigma_0^2}{n-1} x^2_{n-1}(1-a)$	$S^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1} x^2_{n-1}(a/2)$ $S^2 \leq \frac{\sigma_0^2}{n-1} x^2_{n-1}(1-a/2)$

(Ε) Έλεγχος υποθέσεων για τη διαφορά των μέσων δύο πληθυσμών ($\mu_1 - \mu_2$)

Έστω 2 τ.δ. $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_{n1}\}$ και $Y=\{y_1, y_2, \ldots, y_{n2}\}$

(ε1) Αν γνωστές οι διασπορές σ1, σ2 τότε βασιζόμαστε στο ότι

$$\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

(1) $H_1 = \mu1\text{-}\mu2 > \delta$	(2) H_1 $\mu1\text{-}\mu2<\delta$	(3) $H_1 = \mu1\text{-}\mu2 \neq \delta$
$\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta + \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) z_a$	$\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta - \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) z_a$	$\bar{X} - \bar{Y} \geq \delta + \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) z_{a/2}$ $\bar{X} - \bar{Y} \leq \delta - \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) z_{a/2}$

(Ε) Έλεγχος υποθέσεων για τη διαφορά των μέσων δύο πληθυσμών ($\mu_1 - \mu_2$) - (συν.)

(ε2) Αν άγνωστές αλλά ίσες διασπορές, τότε βασιζόμαστε στο ότι

$$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$$

και έτσι έχουμε

(1) H_1 = μ1-μ2 > δ	**(2) H_1 μ1-μ2<δ**	**(3) H_1 = μ1-μ2 ≠ δ**
$\overline{X}-\overline{Y} \geq \delta + \left(s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) t_{n_1+n_2-2}(a)$	$\overline{X}-\overline{Y} \leq \delta - \left(s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) t_{n_1+n_2-2}(a)$	$\overline{X}-\overline{Y} \geq \delta + \left(s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) t_{n_1+n_2-2}(a/2)$ $\overline{X}-\overline{Y} \leq \delta - \left(s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) t_{n_1+n_2-2}(a/2)$

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ. http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1052.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης