



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ



# Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές Ι

Ισορροπία της αγοράς

Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής  
Αθανάσιος Σταυρακούδης



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Υπολογισμός της ισορροπίας της αγοράς με το  
πρόγραμμα Maxima

**ΜΗ ΕΙΝΑΙ ΒΑΣΙΛΙΚΗΝ ΑΤΡΑΠΟΝ ΕΠΙ  
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΝ**

Αθανάσιος Σταυρακούδης

<http://stavrakoudis.econ.uoi.gr>

21 Νοεμβρίου 2013



## Συνάρτηση ζήτησης

Εκφράζει τη ζητούμενη ποσότητα ως προς την τιμή:

$$q = f(p)$$

## Αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

Εκφράζει την τιμή ως προς τη ζητούμενη ποσότητα:

$$p = f(q)$$

Χρησιμοποιείται στα διαγράμματα που παριστάνουν την καμπύλη ζήτησης.



Έστω πως η ζήτηση για ένα αγαθό και η αντίστοιχη προσφορά εκφράζονται από τις σχέσεις:

$$p = a - b q$$

Ζήτηση

$$p = c + d q$$

Προσφορά

όπου  $p$  είναι η τιμή του προϊόντος και  $q$  η ποσότητα. Οι σχέσεις αυτές μπορούν να γραφούν και με τη μορφή:

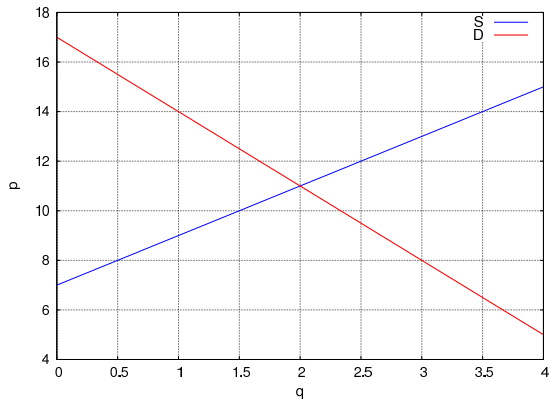
$$D(q) = a - b q$$

$$S(q) = c + d q$$

όπου  $D(p)$  η τιμή ζήτησης και  $S(p)$  η τιμή προσφοράς, όταν η ποσότητα είναι  $q$ .



# Ισοροπία της αγοράς



$$q = \frac{a - c}{b + d}$$

Η ποσότητα ισοροπίας

$$p = \frac{ad + bc}{b + d}$$

Η τιμή ισοροπίας



# 1ος τρόπος επίλυσης της ισορροπίας της αγοράς

Λύσουμε το σύστημα με ενσωμάτωση των εξισώσεων στην εντολή **solve**:

```
1 solve([a-b*q = c+d*q], q);
```

για να υπολογίσουμε την ποσότητα προϊόντος στην ισορροπία της αγοράς.



## 2ος τρόπος επίλυσης της ισορροπίας της αγοράς

Χρησιμοποιήσουμε δύο παραστάσεις και μετά να κάνουμε την επίλυση:

```
1 D : a - b*q;  
2 S : c + d*q;  
3 solve([D=S], q);
```

για να υπολογίσουμε την ποσότητα προϊόντος στην ισορροπία της αγοράς.





## 3ος τρόπος επίλυσης της ισορροπίας της αγοράς

Ορίζουμε τη ζήτηση και την προσφορά ως συναρτήσεις:

```
1 D(q) := a - b*q;  
2 S(q) := c + d*q;  
3 sol : solve(D(q)=S(q), q);  
4 q0 : rhs(sol[1]);  
5 p0 : D(q0);
```

για να υπολογίσουμε την ποσότητα και την τιμή προϊόντος στην ισορροπία της αγοράς.

DemandSupply-01.wxm



# Υπολογισμός της ισορροπίας με γραμμική άλγεβρα

Το σύστημα εξισώσεων αγοράς:

$$p = a - b q \quad \text{Ζήτηση}$$

$$p = c + d q \quad \text{Προσφορά}$$

Μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$p + b q = a$$

$$p - d q = c$$

Αν:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 1 & -d \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$$

Τότε:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} p_0 \\ q_0 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{a d + b c}{b + d} \\ \frac{a - c}{b + d} \end{bmatrix}$$



```
1 A : matrix(  
2     [1, b],  
3     [1, -d]  
4 );  
5 b : matrix(  
6     [a],  
7     [c]  
8 );  
9 x0 : invert(A) . b;  
10 x0 : factor(x0);  
11 p0 : x0[1][1];  
12 q0 : x0[2][1];  
13 A . x0;  
14 factor(%);
```

MatrixEquil.wxm

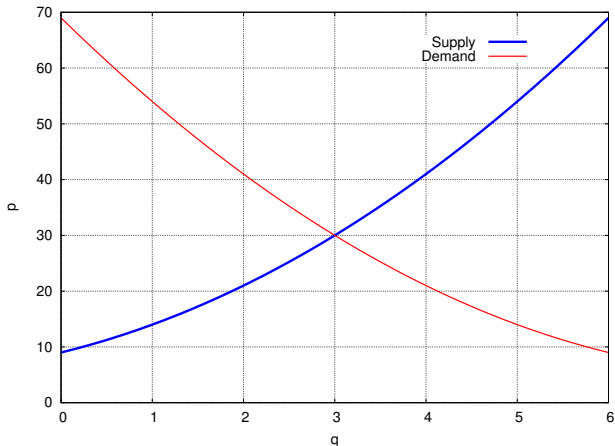


# Ισορροπία αγοράς με μη γραμμικές ζήτησης

Ζήτηση και προσφορά:

$$D(q) = 69 - 16q + q^2$$

$$S(q) = 9 + 4q + q^2$$



# Ισορροπία αγοράς με μη γραμμικές ζήτησης

Ζήτηση και προσφορά:

$$D(q) = 69 - 16q + q^2$$

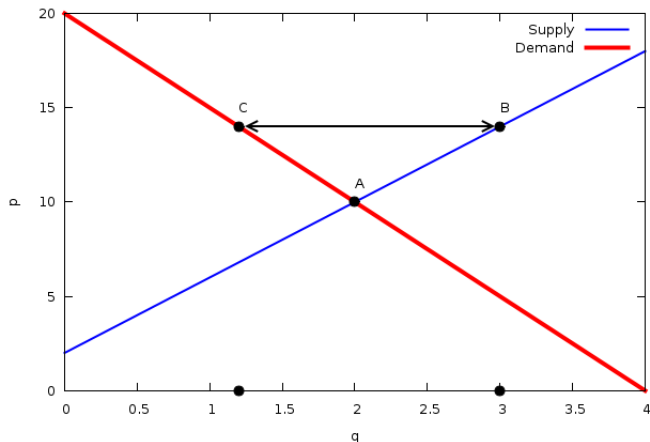
$$S(q) = 9 + 4q + q^2$$

```
1 D(q) := 69 - 16*q + q^2;  
2 S(q) := 9 + 4*q + q^2;  
3 sol  : solve(D(q)=S(q), q);  
4 q0   : rhs(sol[1]);  
5 p0   : D(q0);  
6 plot2d([S, D], [q, 0, 6],  
7       [xlabel, "q"], [ylabel, "p"],  
8       [legend, "Supply ", "Demand "],  
9       [style, [lines, 2, 1], [lines, 4, 2]],  
10      [gnuplot_preamble, "set grid;"]);
```

DemandSupply-05.wxm



Ο παραγωγός επιλέγει το σημείο **B** της καμπύλης προσφοράς.



Πόση είναι η απόσταση **BC**;

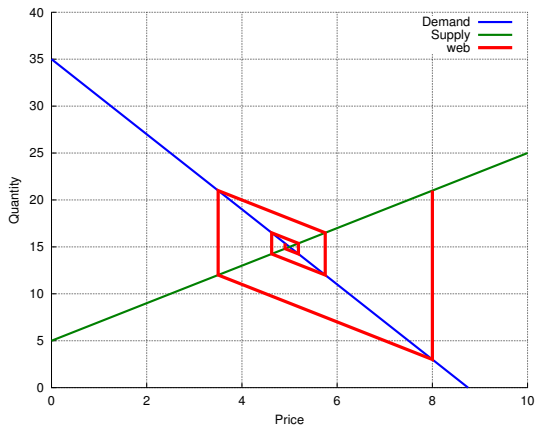


```
1 D(q)      := 20 - 5*q;  
2 S(q)      := 2 + 4*q;  
3 sol       : solve(D(q)=S(q), q);  
4 q0        : rhs(sol[1]);  
5 p0        : D(q0);  
6 q1Sup     : 3;  
7 p1        : S(q1Sup);  
8 sol       : solve(D(q)=p1, q);  
9 q1Dem     : rhs(sol[1]);  
10 exSupply : q1Sup - q1Dem;
```

ExcessSupply.wxm



# Το μοντέλο αράχνης, θέμα για το μέλλον



Σταδιακή προσέγγιση του σημείου ισορροπίας.

The cobweb model of price dynamics

<http://stavrakoudis.econ.uoi.gr/stavrakoudis/?iid=522>





# Μεταβολή της καμπύλης προσφοράς

$$p^D = -4q + 27$$

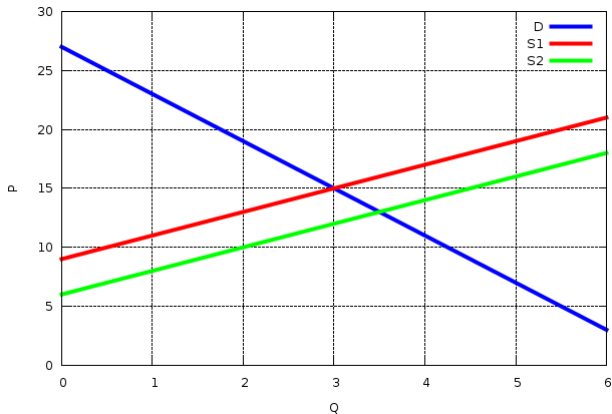
$$p^{S1} = 2q + 9$$

$$p^{S2} = 2q + 6$$

Καμπύλη ζήτησης

Αρχική καμπύλη προσφοράς

Νέα καμπύλη προσφοράς



```
1 D(q) := -4*q + 27;  
2 S1(q) := 2*q + 9;  
3 sol : solve(D(q)=S1(q));  
4 q1 : rhs(sol[1]);  
5 p1 : D(q1);  
6 S2(q) := 2*q + 6;  
7 sol : solve(D(q)=S2(q));  
8 q2 : rhs(sol[1]);  
9 p2 : D(q2);  
10 DeltaQ : q2-q1;  
11 DeltaP : p2-p1;
```

SupplyShift.wxm



# Ασκήσεις και προβληματισμοί

- 1 Σε τι διαφέρουν η καμπύλη ζήτησης από τη συνάρτηση ζήτησης;
- 2 Πως μπορεί να υπολογιστεί η υπερβάλλουσα ζήτηση;
- 3 Πως μπορεί να υπολογιστεί η σχετική μεταβολή της τιμής μετά από την μετατόπιση της ισορροπίας (πχ μεταβολή καμπύλης προσφοράς);
- 4 Πως μπορεί να υπολογιστεί η ισορροπία της αγοράς με διακριτές τιμές της ποσότητας (πχ 1 ή 2 σοκολάτες, όχι 1.5 σοκολάτες);
- 5 Τι σημαίνει ο όρος αποτυχία της αγοράς (market failure);
- 6 Πως σχετίζονται οι όροι «τιμή» και «πληροφορία»;
- 7 Υπάρχει σχέση μεταξύ «αγοράς» και «δημοκρατίας»;



Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας

Είμαι στη διάθεσή σας για σχόλια, απορίες και ερωτήσεις



# Τέλος Ενότητας



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



**Σημειώματα**

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.

<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1064>.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων:  
Επίκουρος Καθηγητής Αθανάσιος  
Σταυρακούδης. «Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές IV.  
Ισορροπία της αγοράς». Έκδοση: 1.0. Ιωάννινα  
2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1064>.

# Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.