



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ



## Άδειες Χρήσης

### Ειδικά Θέματα Μαθηματικών

Μαθηματικά στην εκπαίδευση: Επίλυση προβλήματος - Ρεαλιστικά Μαθηματικά

Διδάσκων : Επίκουρος Καθηγητής Κ.  
Τάσης



- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

## Ειδικά θέματα Μαθηματικών

**Μάθημα 4<sup>ο</sup>**  
**Μαθηματικά στην εκπαίδευση:**  
**Επίλυση προβλήματος**

27 Μαρτίου 2014

## Θεματικοί άξονες

- Μαθηματικά στην εκπαίδευση:
  - δημιουργικότητα
  - επίλυση προβλήματος – ρεαλιστικά Μαθηματικά
  - ζητήματα γλώσσας και επικοινωνίας
- Μαθηματικά στην καθημερινότητα:
  - οικονομία και άλλες επιστήμες
  - αθλητισμός
  - τέχνη
- Μαθηματικά ως επιστήμη:
  - ιστορία – φιλοσοφία – επιστημολογία

## Επίλυση προβλήματος

- ...είναι η «τέχνη» της ενασχόλησης με:
  - μη τετριμμένα προβλήματα,
  - τα οποία δεν έχουν μια συνηθισμένη στρατηγική επίλυσης και
  - παρέχουν τη δυνατότητα στο μαθητή να αναπτύξει νέες στρατηγικές επίλυσης.

**Alan H. Schoenfeld**

## NCTM Standards

- κατασκευή νέας μαθηματικής γνώσης μέσω της επίλυσης προβλήματος
- επίλυση προβλημάτων μέσα σε μαθηματικά και άλλα πλαίσια
- εφαρμογή και προσαρμογή ποικιλίας στρατηγικών επίλυσης
- παρακολούθηση και αναστοχασμός στη διαδικασία επίλυσης

## Ευρετικές Ροιγα

- Λύσε ένα απλούστερο πρόβλημα (π.χ. μια συγκεκριμένη περίπτωση).
- Λύσε ένα παρεμφερές πρόβλημα.
- Διατύπωσε μία υπόθεση και έλεγξε την (trial and error).
- Λύσε ένα ισοδύναμο πρόβλημα (π.χ. δουλεύοντας αντίστροφα).
- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).

## Επίλυση προβλήματος

- Κατηγορίες – παραδείγματα – **επίλυση** προβλημάτων που χρησιμοποιούνται σε σχετικές μελέτες.
  - Ένα πρόβλημα – πολλές ερωτήσεις.
  - Ένα πρόβλημα – πολλές λύσεις.
- Ανάλυση των προβλημάτων των σχολικών εγχειριδίων ως προς τη **ρεαλιστικότητά** τους.
- Βιβλιογραφική μελέτη της χρήσης (και της χρησιμότητας) των ρεαλιστικών Μαθηματικών στην εκπαίδευση.

## Κατηγοριοποίηση

Πεδίο	Παραδοσιακές Ασκήσεις	Πεδία διερεύνησης
Καθαρά Μαθηματικά	1	2
Τεχνητή Πραγματικότητα	3	4
Καθημερινή Ζωή	5	6

## Παραλλαγές προβλήματος

- Τα 8 μέλη ενός τένις κλαμπ αποφάσισαν να οργανώσουν ένα τουρνουά, στο οποίο κάθε μέλος θα έπαιζε με καθένα από τα υπόλοιπα μέλη μία φορά. Πόσα ματς θα πρέπει να παιχθούν;

## Παραλλαγές προβλήματος

### 1. Αλλαγή του πλαισίου

- Μια μεγάλη τέντα σε ένα τσίρκο στηρίζεται σε 8 πασσάλους. Ένα σκοινί ενώνει μεταξύ τους, τους πασσάλους ανά δύο. Πόσα τέτοια σκοινιά χρησιμοποιήθηκαν για τη στήριξη των 8 πασσάλων;

### 2. Αλλαγή στους αριθμούς

- Τα 12 μέλη ενός τένις κλαμπ αποφάσισαν να οργανώσουν ένα τουρνουά, στο οποίο, κάθε μέλος έπαιξε με καθένα από τα υπόλοιπα μέλη μια φορά. Πόσους αγώνες έπαιξαν;

### 3. Αλλαγή των όρων της κατάστασης που περιγράφεται στο πρόβλημα

- Τα 8 μέλη ενός τένις κλαμπ αποφάσισαν να οργανώσουν ένα τουρνουά. Κάθε μέλος του έπαιξε μέχρι να χάσει έναν αγώνα. Αφού χάσει, αυτός ο παίκτης, δεν έπαιξε κανέναν άλλο αγώνα. Πόσοι αγώνες θα έπρεπε να παιχθούν για να ολοκληρωθεί το πρώτάθλημα;

## Παραλλαγές προβλήματος

### 4. Αντίστροφο

- Σε ένα τουρνουά ενός τένις κλαμπ έγιναν 66 αγώνες. Αν κάθε άτομο που έπαιξε στο τουρνουά, έπαιξε με κάθε ένα από τα υπόλοιπα άτομα μια φορά, πόσα άτομα συμμετείχαν στο τουρνουά;

### 5. Προσθήκη επιπλέον πληροφοριών

- Τα 8 μέλη του τένις κλαμπ αποφάσισαν να οργανώσουν ένα τουρνουά στο οποίο κάθε μέλος παίζει με καθέναν από τους υπόλοιπους μια φορά. Όλοι οι αγώνες έπρεπε να παιχθούν το Σάββατο και την Κυριακή με είσοδο αξίας 15€ ανά παίκτη. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που μπορεί να συγκεντρωθεί;

## Παραλλαγές προβλήματος

### 6. Συνδυασμός στο περιεχόμενο με διαφορετικούς αριθμούς, συνθήκες και με αλλαγές στα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος

- Τα 12 μέλη ενός ποδηλατικού κλαμπ, 7 αγόρια και 5 κορίτσια θέλανε να δοκιμάσουν τα καινούργια ποδήλατα των δύο θέσεων. Πόσα εισιτήρια χρειάζονται αν κάθε αγόρι οδηγήσει ένα ποδήλατο μια φορά μαζί με ένα κορίτσι;

## Παραλλαγές προβλήματος

- Τα 8 μέλη ενός τένις κλαμπ αποφάσισαν να οργανώσουν ένα τουρνουά, στο οποίο κάθε μέλος θα έπαιξε με καθένα από τα υπόλοιπα μέλη μία φορά. Πόσα ματς θα πρέπει να παιχθούν;

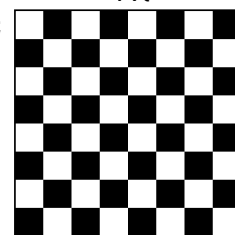
Προτείνετε τις δικές σας παραλλαγές, φτιάχνοντας ένα κλειστό και ένα ανοιχτό πρόβλημα!

## Εργασία για το σπίτι

- Επιλέξτε και λύστε ένα από τα επόμενα προβλήματα. Η λύση θα παραδοθεί γραπτώς στο επόμενο μάθημα.

## Πρόβλημα 1

- Πόσα ορθογώνια (συμπεριλαμβανομένων των τετραγώνων) υπάρχουν σε μια σκακιέρα;



## Πρόβλημα 2

- Μια παλιά μηχανή πολτοποίησης χαρτιού πολτοποιεί το φορτίο ενός φορτηγού σε 4 ώρες. Μια νέα μηχανή πολτοποιεί το φορτίο του φορτηγού σε 2 ώρες. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί για την πολτοποίηση του φορτίου του φορτηγού αν δουλέψουν και οι δύο μηχανές μαζί;

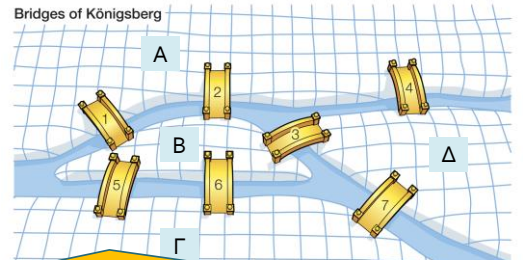
## Οι γέφυρες του Καλίνινγκραντ



## Οι γέφυρες του Κένιγκσμπεργκ

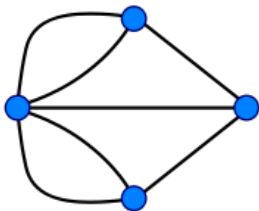
- Μπορεί κανείς να περπατήσει στο Κένιγκσμπεργκ με τέτοιο τρόπο, ώστε να διασχίσει και τις επτά γέφυρες μία και μόνο μια φορά;

## Οι γέφυρες του Κένιγκσμπεργκ



Έστω ότι μπορούμε να ξεκινήσουμε από μία περιοχή και να...

## Θεωρία γράφων



## Τέλος Ενότητας



## Σημειώματα

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ: <http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1108>.

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων :  
Επίκουρος Καθηγητής Κ. Τάτσης, «Ειδικά Θέματα  
Μαθηματικών. Μαθηματικά στην εκπαίδευση:  
Επίλυση προβλήματος - Ρεαλιστικά Μαθηματικά».  
Έκδοση: 1.0. Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο από τη  
δικτυακή διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1108>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.