

Μηχανική των ρευστών

1.α) Στη διάρκεια του 2^{ου} Παγκόσμιου Πολέμου ένα χτυπημένο πλοίο που μόλις επέπλεε στη Βόρεια Θάλασσα πήγαινε από τις εκβολές του Τάμεση προς τις αποβάθρες του Λονδίνου. Βούλιαξε πριν προλάβει να φτάσει. Γιατί;

β) Δύο βάρκες που κινούνται παράλληλα με την ίδια κατεύθυνση έλκονται μεταξύ τους. Δύο αυτοκίνητα που κινούνται παράλληλα επίσης έλκονται μεταξύ τους. Εξηγήστε τέτοια φαινόμενα με βάση την εξίσωση του Bernoulli.

γ) Έχουμε τρία δοχεία με ίδιο εμβαδόν βάσεων. Το πρώτο έχει στόμιο ίσο με το εμβαδόν της βάσης του (κυλινδρικό σχήμα). Το δεύτερο μεγαλύτερο και το τρίτο μικρότερο. Ποιο από τα τρία δοχεία δέχεται τη μεγαλύτερη δύναμη στη βάση του;

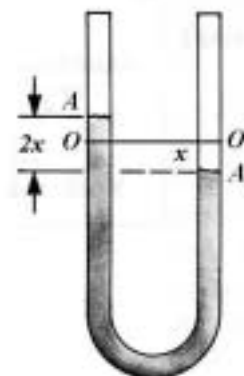
2.



Μία κυλινδρική μεταλλική δεξαμενή ύψους 27.4m και διαμέτρου 27.4m, χρησιμοποιείται για την αποθήκευση μελάσας. Η μελάσα έχει πυκνότητα 1600 kg/m^3 . Αν η δεξαμενή είναι πλήρης, πόση είναι η συνολική προς τα έξω δύναμη που ασκεί η μελάσα στην κυλινδρική επιφάνεια; Δίδεται ότι $g=9.8\text{m/s}^2$.

3. Σωλήνας σχήματος U περιέχει υγρό σταθερής πυκνότητας. Το υγρό συμπιέζεται στο ένα σκέλος με ένα έμβολο και αφήνεται ελεύθερο. Το έμβολο απομακρύνεται και η στάθμη του υγρού σε κάθε σκέλος ταλαντώνεται. Να

δειχθεί ότι η ταλάντωση είναι αρμονική με περίοδο $T = \pi \sqrt{\frac{2L}{g}}$, όπου L το ολικό μήκος του υγρού στο σωλήνα και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.



4. Θεωρείστε ένα κύβο πάγου ακμής 3.50cm, που επιπλέει στο νερό. (α) Υπολογίστε την κατακόρυφη απόσταση της επιφάνειας του νερού από τη βάση του επιπλέοντος σε ισορροπία κύβου. (β) Πιέζετε προς τα κάτω την πάνω βάση του κύβου κατά μια απόσταση y και στην συνέχεια τον αφήνετε ελεύθερο. Δείξτε ότι ο κύβος θα ταλαντωθεί πάνω-κάτω με απλή αρμονική κίνηση. (γ) Αποδείξτε ότι η διαφορική εξίσωση της κίνησης δέχεται λύση της μορφής $y=y_0\cos(\omega t+\phi)$. (δ) Υπολογίστε την περίοδο ταλάντωσης αυτής της κίνησης. Δίδονται: οι πυκνότητες νερού και πάγου $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_\pi=920 \text{ kg/m}^3$ αντίστοιχα, $g=9.8\text{m/s}^2$.

5. Μια κυλινδρική σημαδούρα μάζας $M_1=950 \text{ kg}$ επιπλέει κατακόρυφα στη θάλασσα. Η διάμετρος δ της βάσης της σημαδούρας είναι 0.900 m. α) Υπολογίστε την κατακόρυφη απόσταση h της επιφάνειας του νερού από τη βάση της σημαδούρας. β) Υπολογίστε το πρόσθετο ύψος y , κατά το οποίο θα βυθιστεί η σημαδούρα, όταν σταθεί όρθιος πάνω της ένας άνδρας μάζας $M_2=70 \text{ kg}$. γ) Δείξτε ότι η σημαδούρα θα ταλαντωθεί πάνω-κάτω με απλή αρμονική κίνηση όταν ο άνθρωπος κάνει βουτιά. δ)

Υπολογίστε την περίοδο ταλάντωσης αυτής της κίνησης. Δίδονται: η πυκνότητα του θαλάσσιου νερού $\rho_v=1030 \text{ kg/m}^3$, $g=9.8\text{m/s}^2$.

6. Θεωρείστε ένα δοχείο με ρευστό πυκνότητας ρ , το οποίο επιταχύνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με επιτάχυνση a . (α) Να βρεθεί η εξάρτηση της πίεσης από το βάθος h στο ρευστό. Θεωρείστε p_0 την ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια του ρευστού. (β) Πώς αλλάζει η εξάρτηση αυτή, αν το ρευστό επιταχύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση a ; (γ) Ποια η κατάσταση στην ελεύθερη πτώση;

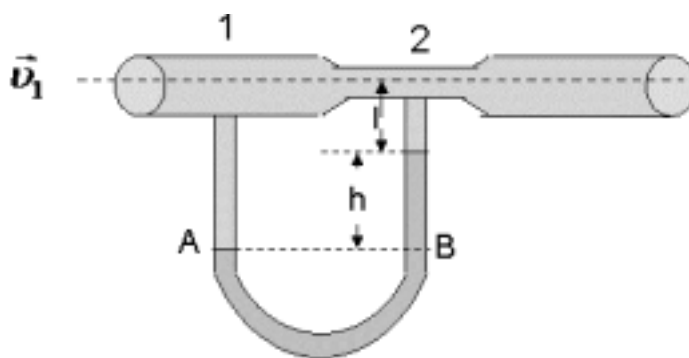
7. Μια ανοιχτή δεξαμενή μεγάλου εμβαδού διατομής περιέχει νερό σε ύψος H πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Σε βάθος h από την επιφάνεια του νερού ανοίγεται μια μικρή οπή στα τοιχώματα της δεξαμενής. Υποθέστε ότι ο ρυθμός εκροής είναι αρκετά μικρός ώστε η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού να παραμένει κατά προσέγγιση ακίνητη.

α) Να αποδειχτεί ότι η ταχύτητα εκροής είναι: $v = \sqrt{2gh}$.

β) Για ποια τιμή του βάθους h το εξερχόμενο οριζόντιο ρεύμα του νερού συναντά το έδαφος στη μέγιστη απόσταση από τη βάση της δεξαμενής;

γ) Ποια είναι η μέγιστη αυτή απόσταση;

8. Σε έναν μετρητή Venturi (διάταξη για τη μέτρηση της ταχύτητας των ρευστών που ρέουν μέσα σε σωλήνες) η είσοδος του υγρού (νερό) έχει διάμετρο 0.12m και η στένωση 0.06m . Η διαφορά ύψους h στις δύο στήλες του υοειδούς μανόμετρου που περιέχει υδράργυρο και είναι συνδεδεμένο στην είσοδο και στη στένωση του μετρητή Venturi είναι 0.09m (βλ. σχήμα). Να βρεθεί η παροχή της υγρής φλέβας. Δίδεται η πυκνότητα του υδραργύρου $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. ($g=9.81 \text{ m/s}^2$)



9. Μεταλλική σφαίρα ακτίνας $r=2 \times 10^{-3}\text{m}$ και πυκνότητας $\rho_s=2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ πέφτει ελεύθερα μέσα σε δοχείο που περιέχει γλυκερίνη (πυκνότητας $\rho_f=1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$). Ο συντελεστής ιξώδους είναι $\eta=0.83 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Να βρεθεί η οριακή ταχύτητα της σφαίρας και η επιτάχυνσή της όταν η ταχύτητά της ισούται με το μισό της οριακής. ($g=9.81 \text{ m/s}^2$)