[1] Θεωρώντας την εσωτερική ενέργεια ενός υδροστατικού συστήματος σα συνάρτηση των T και P, αποδείξτε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right]dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T\right]dP \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = C_P - PV\beta \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = PV\kappa_T - (C_P - C_V)\frac{\kappa_T}{\beta} \quad (3)$$

[2] Θεωρώντας την εσωτερική ενέργεια ενός υδροστατικού συστήματος σα συνάρτηση των P και V, αποδείξτε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V dP + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P + P\right]dV \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V = \frac{C_V \kappa_T}{\beta} \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P = \frac{C_P}{V\beta} - P \quad (3)$$

[3] (α) Να δειχθεί ότι για ένα υδροστατικό σύστημα ισχύει:

$$C_P - C_V = \frac{\beta^2 TV}{\kappa_T}$$

Δίνεται ότι (χωρίς απόδειξη): $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$

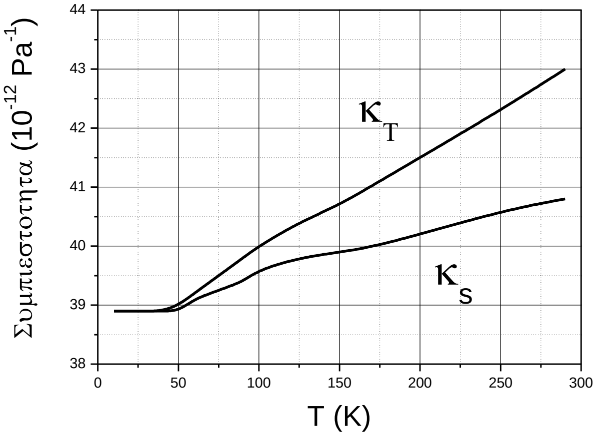
(β) να υπολογισθεί η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα του H_2O υπό σταθερό όγκο στους 25^0C. Δίνονται, c_p=74.8 J/mole K, συντελεστής θερμικής διαστολής $2.1\text{x}10^{-4}$ K^{-1} και ο συντελεστής ισόθερμης συμπιεστότητας $49.6\text{x}10^{-6}$$\text{atm}^{-1}$.

[4] Δείξτε ότι (υποθέτοντας ότι το αέριο είναι ιδανικό - αργότερα με χρήση των εξισώσεων TdS μπορεί να αποδειχθεί για οποιοδήποτε σύστημα):

(α) $\gamma = \frac{k_T}{k_S}$

(β) $k_T - k_S = \frac{T\upsilon\beta^2}{c_P}$

(γ) Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η θερμοκρασιακή εξάρτηση της ισόθερμης και αδιαβατικής συμπιεστότητας του NaCl. Αν η πυκνότητά του είναι 2.17 g/cm^3 υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου στους –173 και 25^{o}C (θεωρήστε ότι η πυκνότητα παραμένει σταθερή) (**Ιούνιος 2001**).



[5] Για την περίπτωση του σύρματος υπό τάση να βρείτε τις εκφράσεις της ειδικής θερμότητας για σταθερή εντατική μεταβλητή και για σταθερή εκτατική μεταβλητή

[6] Ένα mol αερίου περιγράφεται από την καταστατική εξίσωση van der Waals:

$$\left(P+\frac{a}{\upsilon^2}\right)(\upsilon-b)=RT$$

και η γραμμομοριακή εσωτερική του ενέργεια u δίνεται από τη σχέση:

$$u=cT-\frac{a}{\upsilon} \qquad (4)$$

όπου α, b, c και R είναι σταθερές. Να υπολογισθούν οι γραμμομοριακές θερμοχωρητικότητες c_V και c_P. **(Σεπτέμβριος 2003)**

[7] Η καταστατική εξίσωση ενός μονοατομικού στερεού είναι:

$$P\upsilon+f(\upsilon)=\Gamma u$$

όπου υ ο γραμμομοριακός όγκος, Γ είναι μια σταθερά (Grüneisen) και u είναι η γραμμομοριακή εσωτερική ενέργεια των δονήσεων του πλέγματος. Να δείξετε ότι:

$$\Gamma=\frac{\beta\upsilon}{c_V\kappa_T}$$

όπου κ_T είναι η ισόθερμη συμπιεστότητα.

[8] Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση ενός αερίου περιγράφεται από την εξίσωση:

$$c_P=a+bT-\frac{c}{T^2}$$

όπου α, b, c είναι σταθερές. Πόση είναι η μεταφερόμενη θερμότητα σε μια ισοβαρή διεργασία στην οποία n moles του αερίου θερμαίνονται από T_α σε T_τ.

[9] Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο ενός μετάλλου σε χαμηλές θερμοκρασίες μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία σύμφωνα με την εξίσωση:

$$c_V = \left(\frac{124.8}{\Theta}\right)^3 T^3 + \gamma T$$

όπου Θ είναι η θερμοκρασία Debye, γ είναι μία σταθερά και το C_V έχει μονάδες (mJ/mol K). Ο πρώτος όρος στη παραπάνω εξίσωση εκφράζει τη συνεισφορά των πλεγματικών δονήσεων ενώ ο δεύτερος τη συνεισφορά ελευθέρων ηλεκτρονίων. Για τον χαλκό, Θ=343 K, γ=0.688mJ/mol K^2. Να υπολογισθεί το ποσό της θερμότητας που μεταφέρθηκε κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας όπου η θερμοκρασία αυξήθηκε από 2 σε 3 K.

[10] Αποδείξτε ότι το έργο που εκτελέσθηκε από ένα ιδανικό αέριο με σταθερές θερμοχωρητικότητες κατά τη διάρκεια μιας ημι-στατικής, αδιαβατικής εκτόνωσης, δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

(α) $W = -C_V(T_i - T_f)$ (β) $W = \dfrac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma - 1}$ (γ) $W = \dfrac{P_f V_f}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\dfrac{P_i}{P_f}\right)^{-(1-\gamma)/\gamma}\right]$

[11] (i) Κατά τη διάρκεια μιας αντιστρεπτής εκτόνωσης ενός αερίου σε ένα αδιαβατικό δοχείο η πίεση σε κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$PV^{\gamma} = K$$

όπου γ και Κ είναι σταθερές. Να δείξετε ότι το έργο κατά την εκτόνωση από μία κατάσταση (P_iV_i) σε μια κατάσταση (P_fV_f) είναι:

$$W = -\frac{P_i V_i - P_f V_f}{\gamma - 1}$$

(ii) Αν η αρχική πίεση και όγκος είναι 10^6 Pa και 10^{-3} m^3, αντίστοιχα, και οι αντίστοιχες τελικές τιμές τους είναι $2x10^5$ Pa και $3.16x10^{-3}$ m^3, πόσο έργο εκτελέστηκε από το σύστημα αν το αέριο έχει γ=1.4.

[12] (α) Αποδείξτε ότι για μία ημι-στατική αδιαβατική μεταβολή ιδανικού αερίου (υπόθεση: γ σταθερό):

$$\frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

(β) He σε 300 K και 1 atm συμπιέζεται ημι-στατικά και αδιαβατικά σε τελική πίεση 5 atm. Με την υπόθεση ότι συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο υπολογίστε την τελική του θερμοκρασία.

[13] (α) Αν h είναι το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας, να δείξτε ότι η ελάττωση της ατμοσφαιρικής πίεσης ακολουθεί την εξίσωση:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT}\,dh$$

όπου M είναι η γραμμομοριακή μάζα του αέρα και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.
(β) Αν η ελάττωση της πίεσης οφείλεται σε μια αδιαβατική εκτόνωση, να δείξετε ότι:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}$$

(γ) να υπολογισθεί η μεταβολή dT/dh σε K/Km.
(δ) Εφαρμογή (**Σεπτ. 2001**): Ο πιλότος της πτήσης XYZ000 Αθήνα-Ιωάννινα αναφέρει ότι η εξωτερική θερμοκρασία του αέρα στο ύψος που βρίσκεται το αεροπλάνο είναι -5^0C. Να βρεθεί το ύψος που πετάει το αεροπλάνο. Για την απόδειξη θεωρήστε ότι ο αέρας είναι ιδανικό αέριο και ότι οι μετακινήσεις των αερίων μαζών γίνονται πολύ γρήγορα. Με βάση το αποτέλεσμά σας δικαιολογήστε γιατί η ατμόσφαιρα *δεν* βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

[14] Διοξείδιο του άνθρακα περιέχεται σε μία συσκευή του Ruchhardt's (συσκευή μέτρησης του λόγου γ) με όγκο 5270 cm^3. Ένα μπαλάκι μάζας 16.65 g, έχει τοποθετηθεί σε σωλήνα διατομής 2.01 cm^2 και εκτελεί ταλάντωση περιόδου 0.834 s. Να υπολογισθεί το γ όταν το βαρόμετρο δείχνει 72.3 cm.

[15] Μια μπάλα μάζας 10g βρίσκεται στο εσωτερικό ενός δοκιμαστικού σωλήνα διατομής 1 cm^2 στον οποίο μπορεί να κινείται γρήγορα χωρίς τριβές. Ο σωλήνας τοποθετείται κατακόρυφα στην κορυφή ενός δοχείου όγκου 5 λίτρων που περιέχει αέρα ενώ η πίεση του αέρα είναι 76 cm Hg. Να βρεθεί η περίοδος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει η μπάλα. (1atm=1.013×10^5 Pa=760 mm Hg) (**Ιούνιος 2001**)

[16] Υδράργυρος καταλαμβάνει το εσωτερικό σωλήνα σχήματος U μέχρι τελικού μήκους στήλης υδραργύρου h.
(α) αν η στάθμη του υδραργύρου από το ένα άκρο πιεσθεί και η στήλη του υδραργύρου εξαναγκασθεί σε ταλάντωση μικρού πλάτους (απουσία τριβών), να δείξετε ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$\tau_1 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

(β) κλείνουμε το ένα άκρο του σωλήνα ώστε το μήκος του εγκλωβισμένου αέρα να είναι L, και βάζουμε τη στήλη σε εξαναγκασμένη ταλάντωση. Θεωρήστε μηδενική τριβή, τον αέρα σαν ιδανικό αέριο και τις αλλαγές στον όγκο αδιαβατικές, να δείξετε ότι η περίοδος της ταλάντωσης τώρα δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_2 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g + \gamma h_0 g / L}}$$

όπου h_0 είναι το ύψος της βαρομετρικής στήλης.
(γ) να δείξετε ότι:

$$\gamma = \frac{2L}{h_0}\left(\frac{{\tau_1}^2}{{\tau_2}^2} - 1\right)$$

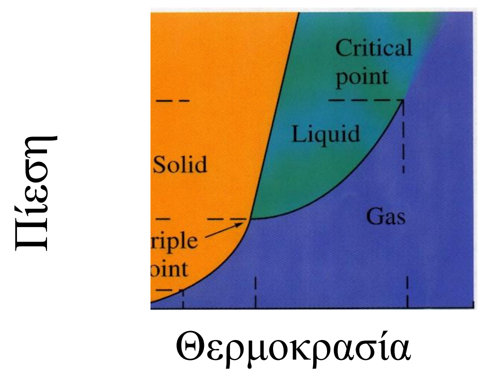
[17] Αποδείξτε ότι η ταχύτητα διάδοσης ενός διαμήκους κύματος δίνεται και από τη σχέση: $u = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S}$

[18] Να υπολογισθεί η ταχύτητα ενός διαμήκους κύματος στο Ar στους 293 K [M(Ar)=40 g/mol].

[19] Σε ένα στάσιμο κύμα συχνότητας 1100 Hz σε μία στήλη μεθανίου στους 293 K, η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που δεν ταλαντώνονται είναι 20 cm. Να βρεθεί το γ.

[20] Η ταχύτητα ενός διαμήκους κύματος σε ένα μίγμα He και Ne στους 300 K είναι 758 m/s. Να βρεθεί η σύσταση του μίγματος [M(He)=4 g/mol; M(Ne)=20 g/mol].

[21] α. Το διπλανό διάγραμμα ισορροπίας φάσεων αναφέρεται στο διοξείδιο του άνθρακα. Δίνονται οι συντελεστές της εξίσωσης van der Waals: α=0.36 Nm^4/mol^2 και b=$4.3x10^{-5}$ m^3/mol. Με αυτά τα δεδομένα (i) να ολοκληρωθεί το διπλανό διάγραμμα και (ii) να κατασκευαστεί το αντίστοιχο P-V διάγραμμα.



β. Πριν από ένα μήνα έφυγε ένα διαστημικό όχημα με προορισμό την επιφάνεια του Άρη. Αποστολή του είναι η καταγραφή του ήχου της αρειανής ατμόσφαιρας στη διάρκεια της καθόδου του οχήματος με αλεξίπτωτο. Οι επιστήμονες αναμένουν ότι λόγω της κυριαρχίας του διοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα του πλανήτη η ταχύτητα διάδοσης του ήχου θα είναι μικρότερη από ότι στην επιφάνεια της Γης. Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Δίνεται η μέση πίεση (600 Pa) και η μέση θερμοκρασία (-60 ^{0}C) της επιφάνειας του πλανήτη. (Να αναφερθούν όλες οι παραδοχές) (**Σεπτέμβριος 2007**)

[22] Ένα γραμμομόριο ενός ιδανικού *ενεργού* διατομικού αερίου υπόκειται σε μια μεταβολή από μια αρχική κατάσταση για την οποία η θερμοκρασία και ο όγκος είναι αντίστοιχα, 291 K και 21000 cm^3, σε μια τελική κατάσταση στην οποία η θερμοκρασία και ο όγκος είναι 350 K και 12700 cm^3, αντίστοιχα. Η μεταβολή παριστάνεται με μία ευθεία γραμμή στο διάγραμμα *p-V*. Να βρεθεί το έργο που εκτελέστηκε και η θερμότητα που απορροφήθηκε από το σύστημα.

(R=8.314 J/Kmol; το μόριο έχει συνολικά 6 βαθμούς ελευθερίας κίνησης) **(Ιούνιος 2010)**