



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Υπολογιστές Ι

Πολυδιάστατοι πίνακες

Διδάσκοντες: **Αν. Καθ. Δ. Παπαγεωργίου,**
Αν. Καθ. Ε. Λοιδωρικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

1

Γιατί πολυδιάστατους πίνακες;

- Αναλόγως με τις ανάγκες του προγράμματος, μπορεί να είναι πιο εύχρηστοι
- Προβλήματα γραμμικής άλγεβρας

Παράδειγμα: δηλώστε σε πρόγραμμα έναν πίνακα για 100 σημεία με δύο συνιστώσες το καθένα

```
PROGRAM POINTS
IMPLICIT NONE
DOUBLE PRECISION P(2,100)

εντολές...

END
```

2

Δήλωση πολυδιάστατων πινάκων

- Οι επιπλέον διαστάσεις χωρίζονται με κόμμα

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
DOUBLE PRECISION P(2,100)
INTEGER I(2,2), K(3,3), M(2,2,2)
DOUBLE PRECISION R(100,100,100)

εντολές...

END
```

- Στη Fortran μπορούμε να έχουμε μέχρι και 7 διαστάσεις

3

Δήλωση πολυδιάστατων πινάκων

- Οι επιπλέον διαστάσεις χωρίζονται με κόμμα

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER N1, N2, N3
PARAMETER(N1 = 100, N2 = 2, N3 = 3)
DOUBLE PRECISION P(N2,N1)
INTEGER I(N2,N2), K(N3,N3), M(N2,N2,N2)
DOUBLE PRECISION R(N1,N1,N1)

εντολές...

END
```

- Στη Fortran μπορούμε να έχουμε μέχρι και 7 διαστάσεις

4

Δισδιάστατοι πίνακες

DOUBLE PRECISION A(2,2)

δύο γραμμές δύο στήλες

Ο πίνακας A είναι ο:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Τα στοιχεία του πίνακα είναι:

A(1,1)
A(1,2)
A(2,1)
A(2,2)

5

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #1

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×2 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,2)
```

```
A(1,1) = 10
A(2,1) = 30
A(1,2) = 20
A(2,2) = 40
```

```
END
```

6

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3)
```

```
A(1,1) = 10
A(1,2) = 20
A(1,3) = 30
A(2,1) = 40
A(2,2) = 50
A(2,3) = 60
```

```
END
```

7

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2β

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J, T
```

```
T = 0
DO I = 1, 2
  DO J = 1, 3
    T = T + 10
    A(I,J) = T
```

```
  END DO
END DO
```

```
END
```

8

Απευθείας ανάθεση τιμών: Παράδειγμα #2γ

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 30 & 50 \\ 20 & 40 & 60 \end{pmatrix}$$

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J, T

T = 0
DO J = 1, 3
    DO I = 1, 2
        T = T + 10
        A(I,J) = T
    END DO
END DO

END
```

9

Ανάθεση τιμών με εντολή READ: Παράδειγμα #3α

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί και διαβάζει έναν πίνακα 2×3, μια-μια τις στήλες

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3)
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΣΤΗΛΕΣ'
READ(*,*) A(1,1), A(2,1), A(1,2), A(2,2), A(1,3), A(2,3)
END
```

ή

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΣΤΗΛΕΣ'
READ(*,*) ((A(I,J), I = 1, 2), J = 1, 3)
END
```

10

Ανάθεση τιμών με εντολή READ: Παράδειγμα #3β

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί και διαβάζει έναν πίνακα 2×3, μια-μια τις γραμμές

```
PROGRAM EXAMPLE_B
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3)
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ'
READ(*,*) A(1,1), A(1,2), A(1,3), A(2,1), A(2,2), A(2,3)
END
```

ή

```
PROGRAM EXAMPLE_B
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ'
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΜΙΑ-ΜΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ'
READ(*,*) ((A(I,J), J = 1, 3), I = 1, 2)
END
```

11

Αποθήκευση πίνακα στη μνήμη

- Τελικά, τι να κάνουμε, γραμμή-γραμμή ή στήλη-στήλη;
- Στην μνήμη, η Fortran αποθηκεύει τους πίνακες στήλη-στήλη. Π.χ ο παρακάτω πίνακας αποθηκεύεται ως

ΠΙΝΑΚΑΣ	ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΤΗ ΜΝΗΜΗ
$\begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$	θέση 1: A(1,1)
	θέση 2: A(2,1)
	θέση 3: A(1,2)
	θέση 4: A(2,2)
	θέση 5: A(1,3)
	θέση 6: A(2,3)

- Εάν ακολουθούμε την διάταξη της μνήμης, οι πράξεις εκτελούνται πιο γρήγορα

12

Εξαγωγή τιμών

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί τον παρακάτω 2×3 πίνακα, και κατόπιν τον εξάγει στην οθόνη

$$\begin{pmatrix} 10 & 30 & 50 \\ 20 & 40 & 60 \end{pmatrix}$$

στην οθόνη
εμφανίζεται

```
10 30 50
20 40 60
```

```
PROGRAM EXAMPLE
IMPLICIT NONE
INTEGER A(2,3), I, J, T
T = 0
DO J = 1, 3
    DO I = 1, 2
        T = T + 10
        A(I,J) = T
    END DO
END DO
DO I = 1, 2
    WRITE(*,*) (A(I,J), J = 1, 3)
END DO
END
```

15

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα

- Το ίχνος ενός τετραγωνικού πίνακα N×N είναι το άθροισμα των στοιχείων της διαγωνίου

$$Tr\{A\} = Tr \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdot & \cdot \\ A_{21} & A_{22} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = A_{11} + A_{22} + \dots + A_{NN}$$

14

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα (1/2)

Γράψτε πρόγραμμα που δημιουργεί πίνακα N×N σύμφωνα με την δίπλα σχέση, και κατόπιν να εξάγει στην οθόνη τον πίνακα και το ίχνος του

$$A_{ij} = \sin\left(\frac{2\pi}{i+j}\right)$$

```
PROGRAM TRACE
IMPLICIT NONE
INTEGER NMAX, N, I, J
PARAMETER (NMAX = 100)
DOUBLE PRECISION A(NMAX,NMAX), T, PI

WRITE(*,*) 'ΠΟΙΑ Η ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ;'
READ(*,*) N
IF (N .GT. NMAX .OR. N .LE. 0) THEN
    WRITE(*,*) 'ΛΑΘΟΣ: ΜΕΧΡΙ', NMAX
    STOP
END IF
```

ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ... 5

Παράδειγμα #4: Υπολογισμός ίχνους τετραγωνικού πίνακα (2/2)

```
PI = ACOS(-1.0)
DO J = 1, N
    DO I = 1, N
        A(I,J) = SIN( 2*PI / (I+J) )
    END DO
END DO

T = 0
DO I = 1, N
    T = T + A(I,I)
END DO

WRITE(*,*) 'Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΕ ΕΙΝΑΙ:'
DO I = 1, N
    WRITE(*,*) (A(I,J), J = 1, N)
END DO
WRITE(*,*) 'ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΙΧΝΟΣ', T
END
```

16

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα από μονοδιάστατο σε δισδιάστατο

Γράψτε πρόγραμμα που

- 1) διαβάζει μονοδιάστατο πίνακα **A(100)** στοιχείων
- 2) τον αντιγράφει σε δισδιάστατο πίνακα **B(10,10)** ως εξής:
 - i. τα 10 πρώτα στοιχεία του A στην πρώτη γραμμή του B
 - ii. τα 10 επόμενα του A στην δεύτερη γραμμή του B, κοκ.
- 3) Αντιγράφει σε δισδιάστατο πίνακα **C(5,5)** τις τιμές του τρίτου τεταρτημορίου (κάτω αριστερά) του B
- 4) Εκτυπώνει τον πίνακα C και το ίχνος του

π.χ. για **A(16)**, **B(4,4)** και **C(2,2)**

$$A = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}\}$$

$$B = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 & A_7 & A_8 \\ A_9 & A_{10} & A_{11} & A_{12} \\ A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} A_9 & A_{10} \\ A_{13} & A_{14} \end{pmatrix}$$

17

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα από μονοδιάστατο σε δισδιάστατο (1/2)

```
PROGRAM COPY_MATRIX
IMPLICIT NONE
INTEGER N, I, J, K
PARAMETER (N = 10)
DOUBLE PRECISION A(N*N), B(N,N), C(N/2,N/2), T

WRITE(*,*) 'ΔΩΣΤΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ Α'
READ(*,*) (A(I), I = 1, N*N)

K = 0
DO I = 1, N
    DO J = 1, N
        K = K + 1
        B(I,J) = A(K)
    END DO
END DO
```

ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ...

18

Παράδειγμα #5 Αντιγραφή πίνακα από μονοδιάστατο σε δισδιάστατο (2/2)

```
DO I = 1, N/2
    DO J = 1, N/2
        C(I,J) = B(I+N/2, J)
    END DO
END DO
```

```
T = 0
DO I = 1, N/2
    T = T + C(I,I)
END DO
```

```
WRITE(*,*) 'Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΘΗΚΕ ΕΙΝΑΙ:'
DO I = 1, N/2
    WRITE(*,*) (C(I,J), J = 1, N/2)
END DO
WRITE(*,*) 'ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΙΧΝΟΣ', T
END
```

19

Παράδειγμα #5 Πολλαπλασιασμός πινάκων

- Έστω δύο πίνακες A(N,N) και B(N,N). Το γινόμενο τους A·B είναι ένας πίνακας C(N,N), όπου το κάθε στοιχείο C_{ij} είναι το εσωτερικό γινόμενο της i γραμμής του A επί την j στήλη του B

π.χ. για 2×2 πίνακες:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{pmatrix}$$

Σε «μαθηματική» γλώσσα:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik} B_{kj}$$

20

Παράδειγμα #6: Πολλαπλασιασμός πινάκων (1/2)

Γράψτε πρόγραμμα που διαβάζει δύο πίνακες $N \times N$ και υπολογίζει και τυπώνει το γινόμενό τους

```
PROGRAM MULTIPLY
IMPLICIT NONE
INTEGER NMAX, N, I, J, K
PARAMETER (NMAX = 1000)
DOUBLE PRECISION A(NMAX,NMAX), B(NMAX,NMAX),
& C(NMAX,NMAX),
WRITE(*,*) 'ΠΟΙΑ Η ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ;'
READ(*,*) N
IF (N .GT. NMAX .OR. N .LE. 0) THEN
    WRITE(*,*) 'ΛΑΘΟΣ: ΜΕΧΡΙ', NMAX
    STOP
END IF
WRITE(*,*) 'ΔΩΣΕ ΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΗΛΗ-ΣΤΗΛΗ;'
READ(*,*) ((A(I,J), I = 1, N), J = 1, N)
READ(*,*) ((B(I,J), I = 1, N), J = 1, N)
```

21

Παράδειγμα #6: Πολλαπλασιασμός πινάκων (2/2)

```
DO J = 1, N
    DO I = 1, N
        C(I,J) = 0
        DO K = 1, N
            C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
        END DO
    END DO
END DO

WRITE(*,*) 'ΤΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ Α ΕΠΙ Β ΕΙΝΑΙ Ο ΠΙΝΑΚΑΣ:'
DO I = 1, N
    WRITE(*,*) (C(I,J), J = 1, N)
END DO

END
```

22

Τέλος Ενότητας



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
Περίοδος προγραμματισμού 2007-2013
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Μίσθια για το μέλλον
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.

<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1154>.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκοντες: Αν.
Καθ. Δ. Παπαγεωργίου, Αν. Καθ. Ε. Λοιδωρίκης.
«Υπολογιστές Ι. Πολυδιάστατοι πίνακες». Έκδοση: 1.0.
Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή
διεύθυνση:
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1154>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.