



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



# Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές IV

Στο καζίνο με Κεφαλή ή Γράμματα

Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής  
Αθανάσιος Σταυρακούδης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ  
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Παιχνίδι με ρίψη κέρματος

## Κανόνες του παιχνιδιού

- 1 Πληρώνετε €1 για κάθε ρίψη.
- 2 Δεν μπορείτε να αποχωρίσετε πριν το τέλος του παιχνιδιού.
- 3 Αν εμφανιστεί «Κεφαλή» 3 φορές περισσότερο από «Γράμματα» κερδίζετε €8.
- 4 Το κέρμα είναι αμερόληπτο.

# Παιχνίδι με ρίψη κέρματος

## Κανόνες του παιχνιδιού

- 1 Πληρώνετε €1 για κάθε ρίψη.
- 2 Δεν μπορείτε να αποχωρίσετε πριν το τέλος του παιχνιδιού.
- 3 Αν εμφανιστεί «Κεφαλή» 3 φορές περισσότερο από «Γράμματα» κερδίζετε €8.
- 4 Το κέρμα είναι αμερόληπτο.

## Ερώτημα;

Θα παίζατε σε ένα τέτοιο παιχνίδι;

## Κέρδος όταν:

- 1 Εφόσον στις 8 ρίψεις το κέρδος είναι ίσο με το κόστος, κέρδος προκύπτει όταν οι ρίψεις είναι το πολύ 7.
- 2 Εννοείται πως το κέρδος είναι μεγαλύτερο όσο λιγότερες είναι οι ρίψεις.
- 3 Όσες λιγότερες οι ρίψεις, τόσο μικρότερη η πιθανότητα νίκης στο παιχνίδι.

## Κέρδος όταν:

- 1 Εφόσον στις 8 ρίψεις το κέρδος είναι ίσο με το κόστος, κέρδος προκύπτει όταν οι ρίψεις είναι το πολύ 7.
- 2 Εννοείται πως το κέρδος είναι μεγαλύτερο όσο λιγότερες είναι οι ρίψεις.
- 3 Όσες λιγότερες οι ρίψεις, τόσο μικρότερη η πιθανότητα νίκης στο παιχνίδι.

# Heads, Belgium wins - and wins

Δύο Πολωνοί καθηγητές, το 2002, ρίχνουν το κέρμα του 1 € του Βελγίου 250 φορές. 140 «Κεφαλή» 110 «Γράμματα». Μεροληπτικό κέρμα;

<http://www.guardian.co.uk/world/2002/jan/04/euro.eu2>



Matúš Harvan



Is the one euro coin biased?

[www.inf.ethz.ch/personal/mharvan/docs/euro\\_bias.pdf](http://www.inf.ethz.ch/personal/mharvan/docs/euro_bias.pdf)



# Υπολογιστική προσομοίωση του παιχνιδιού (Matlab/Octave)

Listing 1: coin2.m

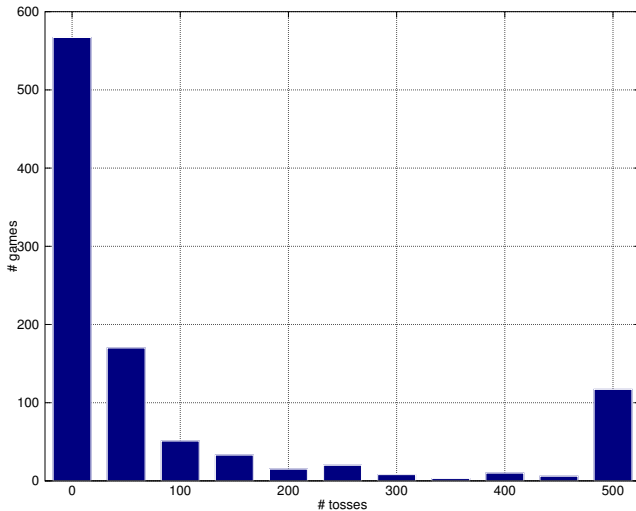
```
1  clear ;
2
3  k = 0;           # success counter
4  i = 0;           # loop counter
5
6  while (k < 3)
7      x = unifrnd(0, 1); # random number
8      if (x < 0.5)      # checking
9          ++k;
10     else
11         --k;
12     end
13     ++i;           # loop counter
14 end
15
16 k
17 i
```

Listing 2: coin3.m

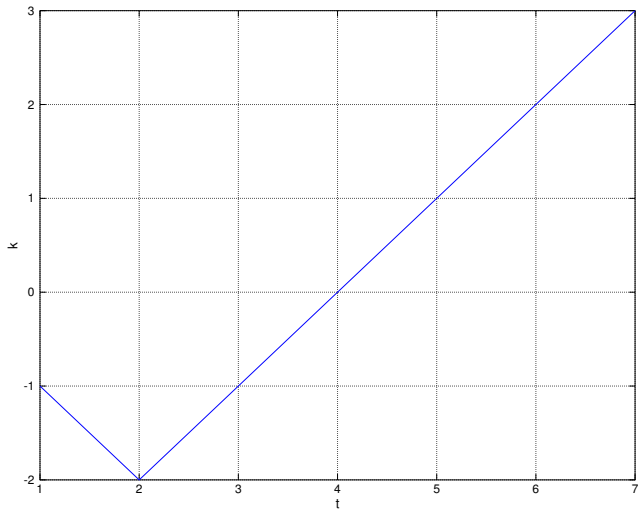
```
1 clear;
2
3 N = 100; # Number of repetitions
4 v3 = (); # store the number of tosses
5
6 for (i = 1:N)
7     k = 0; # start with zero
8     nr = 0; # number of tosses
9     while (k < 3)
10        x = unifrnd(0, 1);
11        if (x < 0.5)
12            ++k;
13        else
14            --k;
15        end
16        ++nr;
17    end
18    v3(i) = nr;
19 end
20
21 ( mean(v3) std(v3)/sqrt(N) )
```

Listing 3: coin4.m

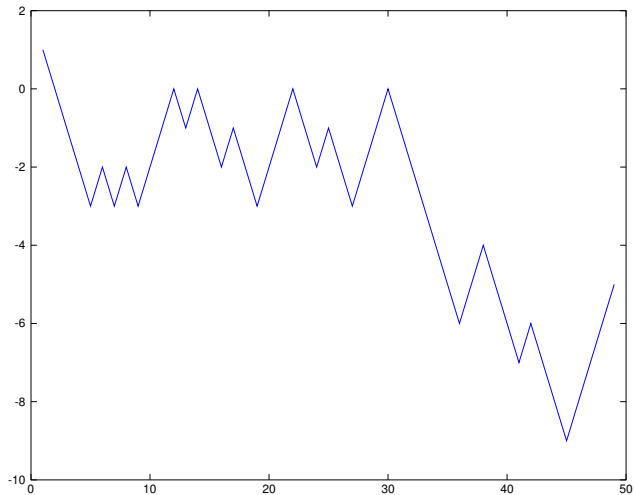
```
1 W      = 3;
2 N      = 1000; % Number of repetitions
3 v3     = ();   % store the number of tosses
4 nrMAX  = 500; % infinity
5
6 for (i = 1:N)
7     k = 0;           # start with zero
8     t = 0;         # number of tosses
9     while (k < W)
10        x = unifrnd(0, 1);
11        if (x < 0.5)
12            ++k;
13        else
14            --k;
15        end
16        ++t;
17        if (t >= nrMAX)
18            break;
19        end
20    end
21    v3(i) = t;
22 end
```



# Μια καλή περίπτωση



# Μια κακή περίπτωση



Listing 4: coin5.m

```
1 k = 0;
2 t = 0;
3 v3 = ();
4 W = 3;
5
6 while (k < W)
7     x = unifrnd(0, 1);
8     if (x < 0.5)
9         ++k;
10    else
11        --k;
12    end
13    ++t;
14    v3(t) = k;
15    plot(v3, 'b', 'LineWidth', 3);
16    grid;
17    sleep(0.25);
18 end
```

## Κανόνες του παιχνιδιού

- 1 Πληρώνετε €1 για κάθε ρίψη.
- 2 Μπορείτε να αποχωρίσετε πριν το τέλος του παιχνιδιού, χωρίς κέρδος.
- 3 Αν εμφανιστεί «Κεφαλή» 3 φορές περισσότερο από «Γράμματα» κερδίζετε €8.
- 4 Το κέρμα είναι αμερόληπτο.



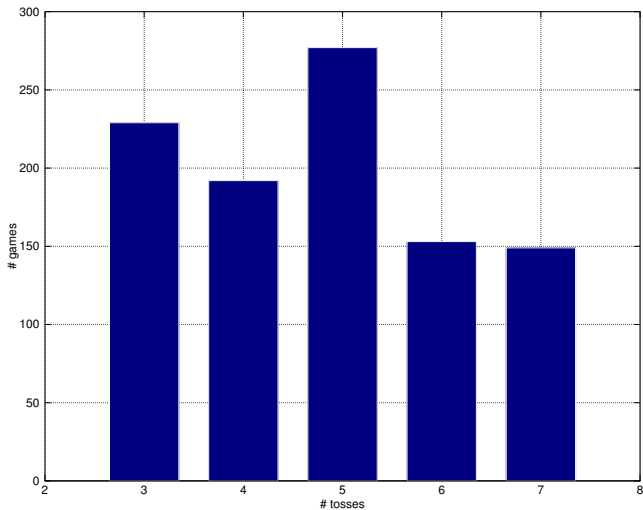
## Κανόνες του παιχνιδιού

- 1 Πληρώνετε €1 για κάθε ρίψη.
- 2 Μπορείτε να αποχωρίσετε πριν το τέλος του παιχνιδιού, χωρίς κέρδος.
- 3 Αν εμφανιστεί «Κεφαλή» 3 φορές περισσότερο από «Γράμματα» κερδίζετε €8.
- 4 Το κέρμα είναι αμερόληπτο.

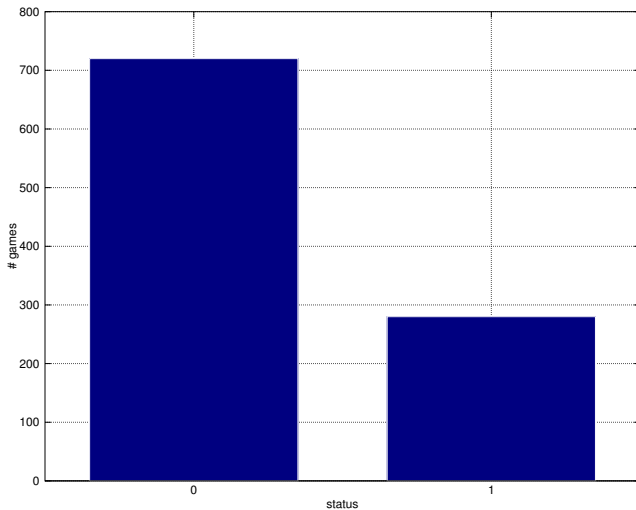
## Ερώτημα;

Θα παίζατε σε ένα τέτοιο παιχνίδι;

# Πλήθος παιχνιδιών ανά πλήθος ρίψεων



# Πλήθος ήττας και πλήθος νίκης



# Πρόγραμμα προσομοίωσης με τους νέους κανόνες

Listing 5: coin6.m

```
1 W = 3;
2 T = 8;
3 N = 1000; # Number of repetitions
4 v3 = (); # store the number of tosses
5 status = ();
6
7 for (i = 1:N)
8     k = 0; # start with zero
9     t = 0; # number of tosses
10    while (k < W)
11        x = unifrnd(0, 1);
12        if (x > 0.5)
13            ++k;
14        else
15            --k;
16        end
17        ++t;
18        if (T-t < W-k)
19            break;
20        end
21    end
22    if (k >= 3)
23        status(i) = 1;
24    else
25        status(i) = 0;
26    end
27    v3(i) = t;
28 end
29
30 ( sum(status==1) sum(status==0) )
31 result = 8*sum(status) - sum(v3)
```

Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας

Είμαι στη διάθεσή σας για σχόλια, απορίες και ερωτήσεις

# Τέλος Ενότητας



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



**Σημειώματα**



# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.

<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1155>.

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων:  
Επίκουρος Καθηγητής Αθανάσιος  
Σταυρακούδης. «Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές IV.  
Στο καζίνο με Κεφαλή ή Γράμματα». Έκδοση:  
1.0. Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1155>.

# Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.