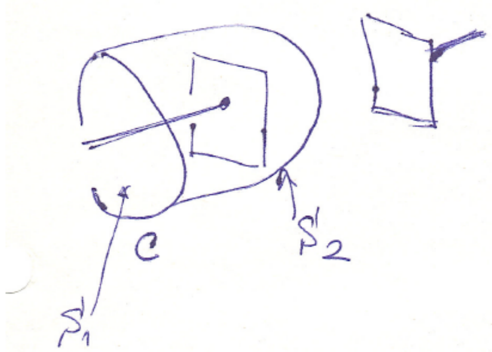
Το ρεύμα μετατώπισης

Ο νόμος του Ampère

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

εκφράζει το γεγονός ότι ένα συνεχές και σταθερό ρεύμα I δημιουργεί μαγνητικό πεδίο B. Το ρεύμα $I = \dfrac{dQ}{dt}$ είναι το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από το περίγραμμα C και ονομάζεται *ρεύμα αγωγιμότητας*.

Εάν η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή ο νόμος του Ampère αποτυγχάνει. Για παράδειγμα, κατά την διάρκεια φόρτισης του πυκνωτή του Σχήματος έχουμε διέλευση ρεύματος $I = I(t)$ από το κύκλωμα.



Για την διαδρομή C που αποτελεί σύνορο της επιφάνειας S_1, ο νόμος του Ampère δίνει

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \neq 0$$

Εάν όμως θεωρήσουμε την επιφάνεια S_2 που έχει την ίδια διαδρομή ως σύνορο αλλά βρίσκεται στον χώρο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ο νόμος του Ampère δίνει

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

Επομένως, καταλήγουμε σε αντίφαση.

Ο Mawell προκειμένου να εξασφαλίσει την ισχύ του νόμου του Ampère κατα μήκος του κυκλώματος, συμπεριλαμβανομένων και των κενών μεταξύ των οπλισμών των πυκνωτών, εισήγαγε ένα επιπλέον όρο στον νόμο του Ampère:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0\left(I + I_d\right)$$

Ο όρος I_d ονομάζεται ρεύμα μετατώπισης και ορίζεται ως

$$I_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

όπου $\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τους οπλισμούς του πυκνωτή.

Έτσι, εάν εφαρμόσουμε το γενικευμένο αυτό νόμο με την επιφάνεια S_1, το ρεύμα μετατώπισης είναι μηδέν και παίρνουμε

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

δηλαδή, τον γνωστό μας νόμο του Ampère.

Εάν επιλέξουμε την επιφάνεια S_2, το ρεύμα αγωγιμότητας $I = 0$ και το ρεύμα μετατώπισης υπολογίζεται από την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τους οπλισμούς του πυκνωτή. Έχουμε

$\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \cdots = EA$, όπου Α είναι το εμβαδό των οπλισμών.

Από τον νόμο του Gauss, $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$.

Άρα, $\Phi_e = EA = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A} A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ και

$I_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \varepsilon_0 \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = I$

Αφού $I_d = I$, καταλήγουμε και πάλι στον γνωστό μας νόμο του Ampère.

Ο παραπάνω νόμος

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + I_d\right)$$

όπου $I_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$ και $\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$, ονομάζεται νόμος των Ampère-Maxwell και εκφράζει το γεγονός ότι μαγνητικά πεδία παράγονται από ρεύματα αγωγιμότητας και ρεύματα μετατώπισης (δηλαδή, από ρεύματα που διαρρέουν αγωγούς και από χρονικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία).

Παράδειγμα

Στους οπλισμούς ενός πυκνωτή $C = 2\mu F$ εφαρμόζουμε τάση $V(t) = V_0 \sin\omega t$, όπου $V_0 = 5V$ και $\omega = 10kHz$. Πόσο ρεύμα διέρχεται από τον πυκνωτή;

Το ρεύμα αγωγιμότητας μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι μηδέν.

Το ρεύμα μετατώπισης, όπως δείξαμε προηγουμένως, ισούται με το ρεύμα αγωγιμότητας στους αγωγούς που συνδέονται με τους οπλισμούς του πυκνωτή.

$$I_d = \frac{dQ}{dt} \quad \Rightarrow \quad I_d = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = C\frac{dV}{dt} = CV_0\frac{d}{dt}\sin\omega t = CV_0\omega\cos\omega t = I_0\cos\omega t$$

όπου $I_0 = CV_0\omega = 2\times10^{-6}F\times5V\times10\times10^3 Hz = 0.1A = 100mA$